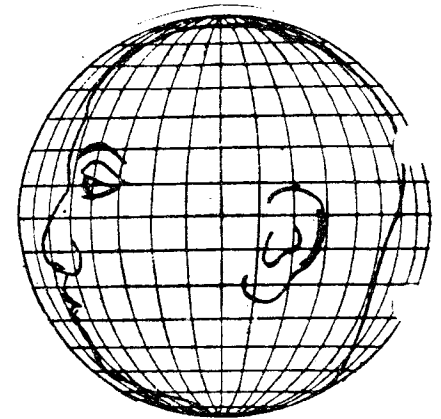
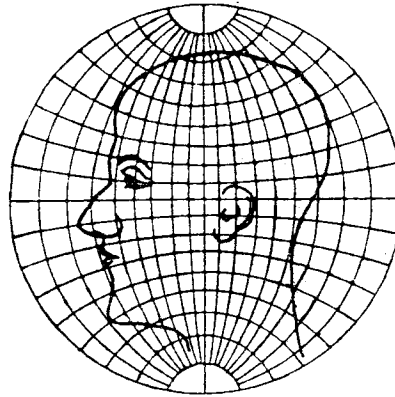
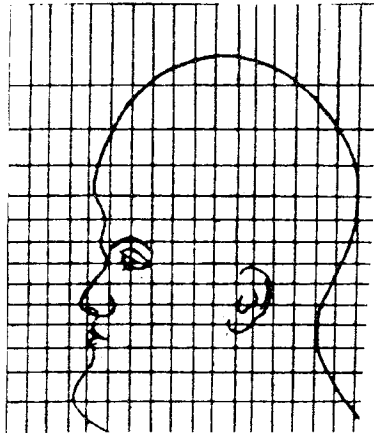




**Lantmäteriet**  
Lantmäteriverket - National Land Survey  
S - 801 12 GÄVLE SWEDEN

**Tekniska skrifter - Professional Papers**

**1977 / 6**



## **KARTPROJEKTIONER**

**Ilmar Ussisoo**

**Gävle 1977**

## KARTPROJEKTIONER

av Ilmar Ussisoo  
Statens lantmäteriverk

### Sammanfattning

I denna skrift behandlas teorin för kartprojektioner, både från sfären till planet (t ex översiktliga världskartor) och från ellipsoiden till planet (t ex Topografisk karta över Sverige). Dessutom anges definitioner till några av de i händelsekedjan "fysikalisk jordyta - kartbild" förekommande begreppen samt meddelas nödvändiga insikter i sfärisk trigonometri och rotationsellipsoidens geometri. Slutligen beskrives några vid lägesangivelser använda koordinatsystem.

## I N N E H Å L L S F Ö R T E C K N I N G

I	Jordens figur. Ellipsoidens geometri. Datum	1
	1 Geoiden	1
	2 Jordellipsoiden	4
	3 Sfärisk trigonometri	9
	4 Beräkningar på ellipsoiden	12
	5 Astronomiska koordinater. Lodavvikelser	16
	6 Geodetiskt datum	17
II	Sfärens avbildning i planet	21
	1 Inledning	21
	2 Avbildningslagen	27
	3 Normala asimutala projektioner	30
	a Gnomonisk projektion	31
	b Stereografisk projektion	31
	c Ortografisk projektion	32
	d Mittavståndsriktig asimutalprojektion	32
	e Lamberts ytriktiga asimutalprojektion	33
	4 Normala koniska projektioner	36
	a Konform konisk projektion	37
	b Ytriktig konisk projektion	40
	Lamberts ytriktiga	40
	Albers ytriktiga	41
	5 Normala cylinderprojektioner	44
	a Plattkartan	45
	b Lamberts ytriktiga cylinderprojektion	45
	c Mercators projektion	46
	6 Icke normala projektioner	48
	7 Konventionella projektioner	51
	a 1 Globularprojektion	52
	a 2 van der Grintens projektion	52
	a 3 Hammers planisfär	53
	b 1 Polykonisk projektion	54
	b 2 Internationella världskartan	55
	b 3 Bonnes projektion	56
	c 1 Sanson-Flamsteeds projektion	58
	c 2 Mollweides projektion	58
	c 3 Eckerts 6 projektioner	59

III	Ellipsoidens konforma avbildning i planet	61
	1 Inledning	61
	2 Några karaktäristiska definitioner för och egenskaper hos konforma projektioner	62
	3 Konform projektion från ellipsoid till sfär	66
	4 Normal Mercatorprojektion	70
	5 Normal konisk projektion	72
	Aeronautical Navigation Chart	75
	World Aeronautical Chart	75
	Generalstabskartan, södra verket	76
	Generalstabskartan, norra verket	77
	6 Normal stereografisk projektion	78
	World Aeronautical Chart	79
	7 Gauss konforma projektion	80
	Projektionsfelen	84
	a Meridiankonvergens	84
	b Skala	85
	c Krökning	85
	d Förstoringsfaktor	86
	e Riktningsreduktion	86
	f Segmenthöjd	87
	Rikets Triangelnät (RT)	87
	Universal Transverse Mercator (UTM)	89
	8 Transformation mellan olika konforma projektioner	90
IV	Olika koordinatsystem. Kartor och bladindelning.	92
	1 Geodetiska huvudnäten före 1900	92
	2 Rikets triangelnät (RT)	92
	3 UTM. ED 50.	96
	4 GEOREF-systemet	100
	5 Generalstabskartan, södra verket	101
	6 Generalstabskartan, norra verket	103
	7 Topografiska kartan	105
	8 Ekonomiska kartan	107
	9 Översiktskartan	110
	10 Generalkartan	111
	11 Internationella kartorna	112
	Litteraturförteckning	113
	Tabellverk	114

## KAPITEL I. JORDENS FIGUR. ELLIPSOIDENS GEOMETRI. DATUM.

Avsnitt 1. Geoiden

När vi talar om jordens form, menar vi inte jordens fysikaliska yta som utgörs av berg och dalar. Denna yta kallas jordens topografi. På topografiska kartor anges olika platsers höjd över havet; tänker vi oss en yta som ligger lika långt under jordens yta som dessa siffror anger, erhåller vi geoiden (se fig 1) och det är dess form vi ska studera. För en mera vetenskaplig definition av geoiden behöver vi använda begreppet tyngdkraft.

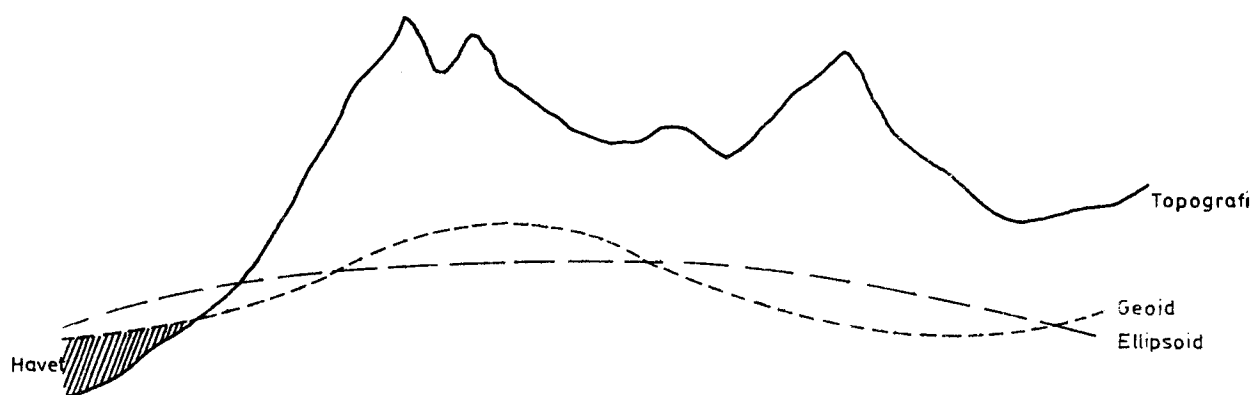


Fig 1

Med tyngdkraften avser man en acceleration, nämligen den på en enhetsmassa verkande kraft, som är resultanten av attraktionen från jordens totala massa och den av jordens rotation orsakade centrifugalkraften. (Den allmänt använda benämningen tyngdkraft är således egentligen felaktig, då det rör sig om en acceleration).

En lodlina ställer sig i tyngdkraftens riktning, och denna riktning kallas punktens lodlinje (E vertical, plumb line, F verticale, D Lotlinie). Tänker vi oss nu lodlinor uppsatta över hela jorden och sedan konstruerar en yta som är vinkelrät mot alla dessa linor, blir resultatet en nivåyta. Eftersom en nivåyta hela tiden är vinkelrät mot tyngdkraften, kräver en rörelse längs nivåytan inget arbete (om inga krafter utom tyngdkraften verkar). Därför kallas nivåytan även ekvipotentialyta. Nivåytorna i jordens tyngdkraftsfält bildar slutna figurer, som omsluter varandra som skal och som aldrig kan skära eller ens tangera varandra. Vattenytan i en bergsjö är ett exempel på en del av en nivåyta. Den viktigaste nivåytan - geoiden - är den som sammanfaller med medelvattenytan hos världshaven (man bortser från ebb och flod och korrigerar för strömmar och salthalt m m) och som sträcker sig under kontinenterna med bibehållande av sin vinkelräthet mot lodlinjerna.

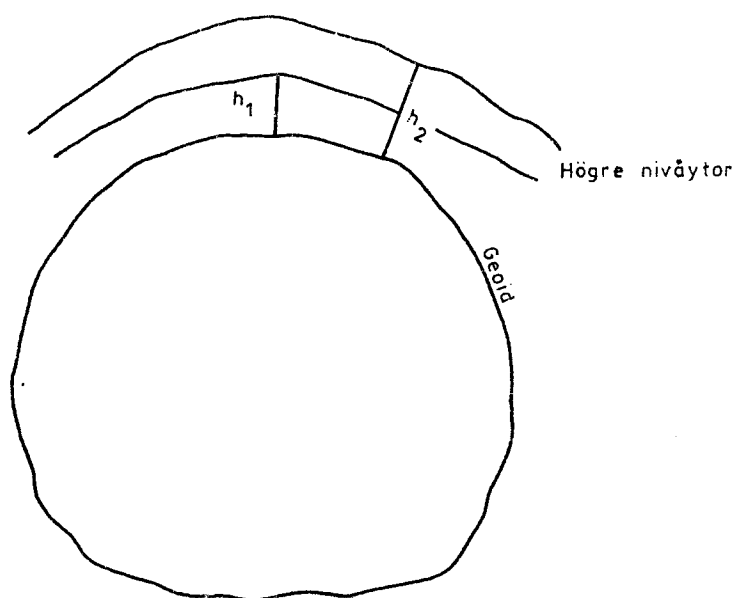


Fig 2

Nivåytor är inga enkla regelbundna ytor (se fig 2). De är inte heller parallella med varandra, dvs avståndet mellan två nivåytor är inte detsamma överallt. Det som blir konstant är arbetet att flytta en enhetsmassa från den ena nivåytan till den andra, dvs

$$\int_{h_1}^{h_2} g \, dh = \text{konstant}$$

där  $g$  är tyngdkraften och  $h$  höjden

Geoiden är som sagt en komplicerad yta. Dess figur anges bäst genom dess avvikelser från en lämpligt vald referensyta. Till referensyta kan väljas ett klot, men bättre överensstämmelse erhålles om man väljer en rotationsellipsoid. Det geodetiska problemet blir därför tvåsidigt

- bestämning av storlek och form av en till geoiden bäst-anslutande rotationsellipsoid
- bestämning av geoidens avvikelser i förhållande till denna

Fig 3 visar den historiska utvecklingen av vår kunskap om jordens form.

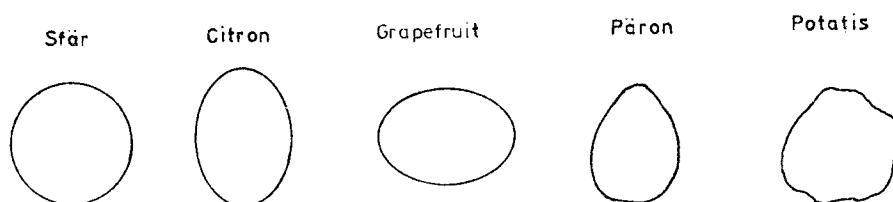


Fig 3

## Avsnitt 2. Jordellipsoiden

Geoiden kan med god approximation ersättas med en rotationsellipsoid, vars lillaxel motsvarar jordens rotationsaxel. En sådan ellipsoid har relativt enkla matematiska egenskaper och lämpar sig därför, i motsats till geoiden, väl som referensyta vid olika geodetiska beräkningar. Denna ellipsoid kallas (den bästanslutande) jordellipsoiden. Bestämningen av denna är en av geodesins viktigaste uppgifter, eftersom den i stort anger jordens storlek och form. Med koordinatsystem och beteckningar enligt fig 4 kan rotationsellipsoidens ekvation skrivas

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

där  $a$  = halva storaxeln

$b$  = halva lillaxeln

De båda storheterna  $a$  och  $b$  definierar ellipsoiden. I stället för  $b$  kan även följande storheter användas:

Avplattningen  $f = \frac{a - b}{a}$

Första excentricitetskvadraten  $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$

Andra excentricitetskvadraten  $e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$

Krökningsradien i polen  $c = \frac{a^2}{b}$



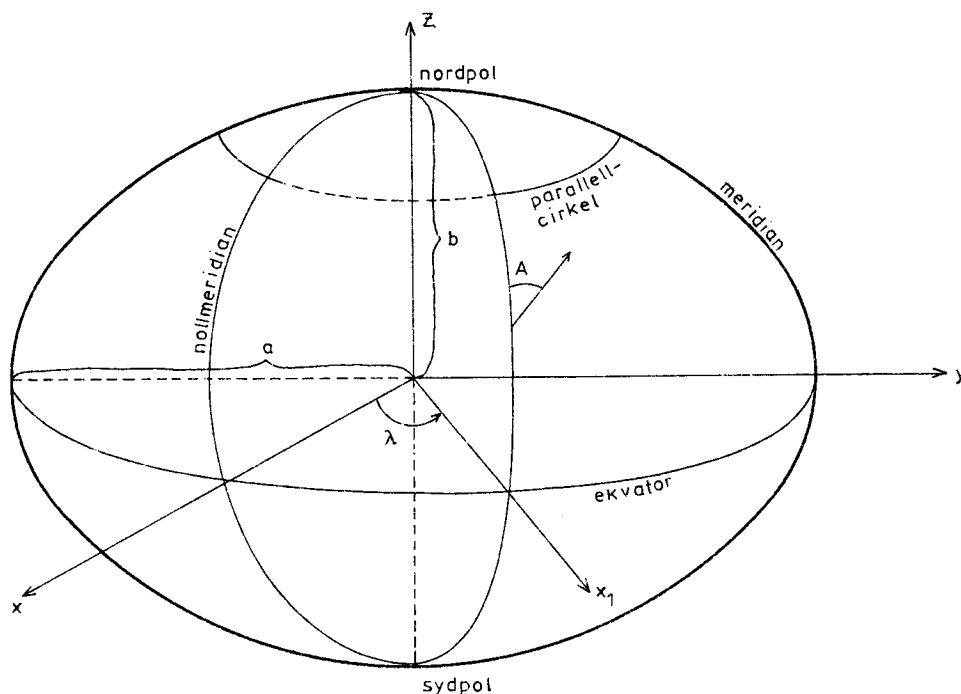


Fig 4

För att definiera en viss jordellipsoid användes vanligen parametrarna  $a$  och  $f$ . Approximativt är:

$$a = 6378 \text{ km} \quad f = 1/298$$

Detta betyder bl a, att avståndet från centrum till polerna är en 298-del, dvs drygt 20 km, kortare än avståndet till ekvatorn.

Skäres ellipsoiden med plan, vinkelräta mot rotationsaxeln, blir snittlinjerna cirklar. Den snittlinje, som  $(x, y)$ -planet alstrar kallas ekvatorn, de övriga planens skärningar kallas parallellcirklar.

Skäres ellipsoiden med plan, som innehåller rotationsaxeln ( $z$ -axeln), blir snittlinjerna ellipser, vilka alla är kongruenta, eftersom man har en rotationsellipsoid. Sådana plan kallas meridianplan och snittlinjerna kallas meridianer.

Longituden, eller den geografiska längden,  $\lambda$ , för en ort är vinkeln mellan ett utgångsmeridianplan, som innehåller x-axeln, (ofta meridianplanet genom Greenwich), och meridianplanet genom orten ifråga. Alla orter på samma meridian har således samma longitud.

Asimuten,  $A$ , för en riktning från en ort till en annan är vinkeln mellan meridianens nordriktning i den förra punkten och riktningen mot den andra punkten, räknad medurs.

För att definiera latituden är det lämpligt att studera meridianellipsen. Eftersom dessa alla är kongruenta ritar vi ut meridianellipsen i xz-planet, se fig 5. Dess ekvation blir

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

$a$  och  $b$  för meridianellipsen är givetvis desamma som för den rotationsellipsoiden som den är ett snitt av.

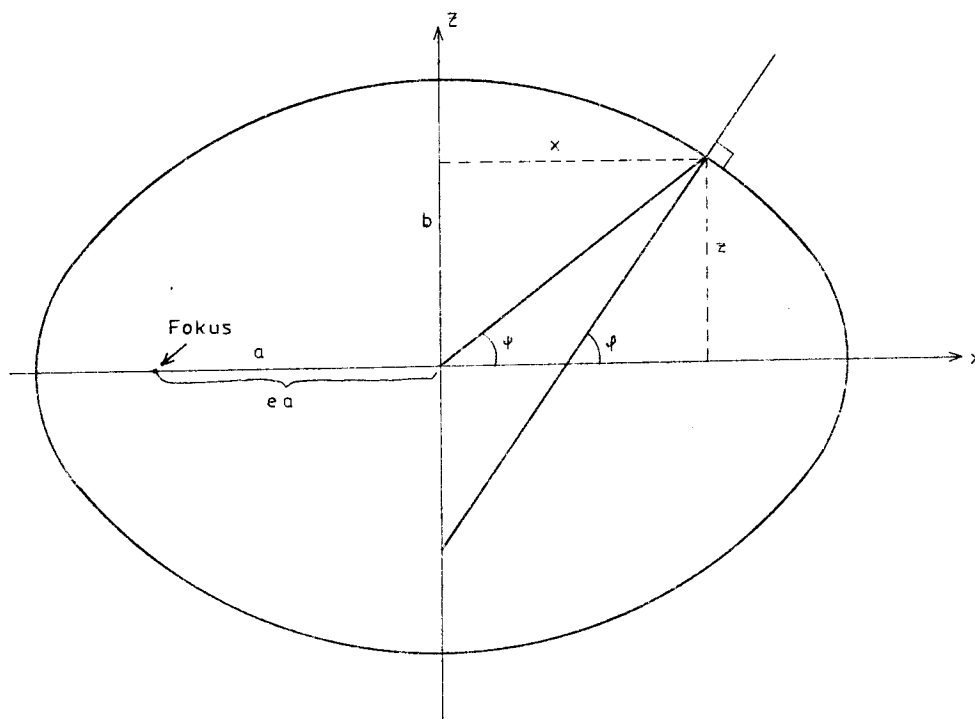


Fig 5

Ellipsnormalens vinkel med x-axeln kallas den geografiska bredden, polhöjden eller latituden,  $\phi$ .

Med hjälp av de ofta använda beteckningarna

$$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}$$

$$V = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 \phi}$$

kan sambanden mellan  $x$ ,  $z$  och  $\phi$  skrivas

$$x = \frac{a \cos \phi}{W} = \frac{c \cos \phi}{V} \qquad z = \frac{a(1-e^2) \sin \phi}{W}$$

Sambandet mellan  $x$ ,  $y$ ,  $z$  och  $\phi$ ,  $\lambda$  är, jfr fig 4:

$$x = a \cos \phi \cos \lambda : W$$

$$y = a \cos \phi \sin \lambda : W$$

$$z = a(1-e^2) \sin \phi : W$$

Anm Latituden  $\phi$  (se fig 5) är således inte vinkeln mellan radius vektor (dvs linjen från origo till punkten ifråga) och x-axeln. Denna vinkel kallas geocentrisk bredd och betecknas  $\psi$ .

$$a^2 \operatorname{tg} \psi = b^2 \operatorname{tg} \phi$$

En sfär karaktäriseras av att den har konstant krökning  $\rho = \frac{1}{R}$ , där  $R$  är krökningsradie. För ellipsoiden varierar krökningen med läget och även med i vilken riktning krökningen tages.

Meridiankrökningsradien (krökningsradien i nord-syd-riktning)

$$M = \frac{a(1-e^2)}{W^3}$$

Tvårkrökningsradien (krökningsradien vinkelrätt mot meridianen)

$$N = \frac{a}{W}$$

Krökningsradien  $R_A$  i en riktning med asimuten  $A$  beräknas enligt en sats av Euler

$$\frac{1}{R_A} = \frac{\cos^2 A}{M} + \frac{\sin^2 A}{N}$$

Medelkrökningsradien  $r$  definieras som medeltalet av alla  $R_A$  i en punkt när  $A$  går från  $0^\circ$  till  $360^\circ$ , och blir

$$r = \sqrt{MN} = \frac{a \sqrt{1 - e^2}}{W^2} = \frac{c}{V^2}$$

För ett infinitesimalt längdelement  $ds$  på ellipsoiden gäller enligt fig 6

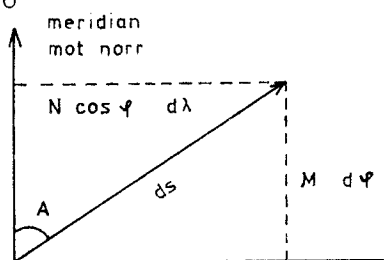


Fig 6

$$M d\phi = ds \cos A$$

$$N \cos \phi d\lambda = ds \sin A$$

där  $A$  = längdelementets asimut

Innan vi går in på beräkningar på jordellipsoiden, bekantar vi oss med sfärisk trigonometri.

### Avsnitt 3. Sferisk trigonometri

Ett godtyckligt plan genom en sfärs medelpunkt skär sfärens yta längs en cirkel, som kallas *storcirkel*. Ett plan, som icke går genom medelpunkten, skär sfären längs en *lillecirkel*. En diameter till sfären, vinkelrät mot ett genom centrum gående plan, skär sfärens yta i två diametralt motsatta punkter, som kallas *poler* till den av det nämnda planet bestämda storcirkeln.

När två storcirklar skär varandra, säger man, att de bildar en *sferisk vinkel*, vilken definieras på följande sätt. I fig 7 föreställer PAQ och PBQ två storcirklar, medan PS och PT är tangenterna till dem i punkten P. Vinkeln SPT definierar då den sfäriska vinkeln mellan de båda storcirkelarna. Denna sfäriska vinkel mäts också av bågen AB på den storcirkel, vars ena pol är P.

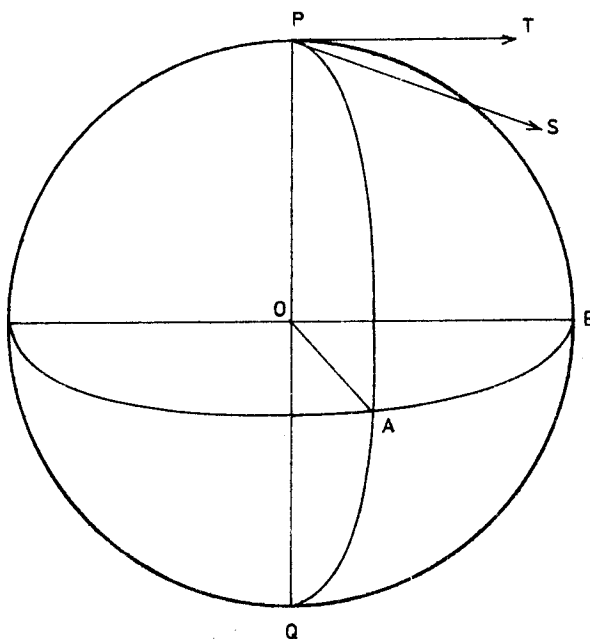


Fig 7

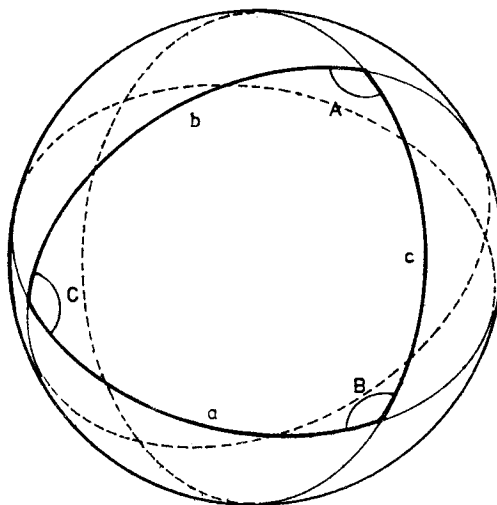


Fig 8

En sfärisk triangel är en del av en sfärs yta som begränsas av tre storcirkelbågar, vardera mindre än  $180^\circ$ . Sidorna i en sfärisk triangel betecknas med små bokstäver, vinklarna med stora enligt fig 8.

Sambandet mellan vinklarna A, B, C och sidorna a, b, c erhålles ur den sfäriska trigonometrins grundformler, vilka lyder:

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$$

$$\sin a \cdot \sin B = \sin b \cdot \sin A$$

$$\sin a \cdot \cos B = \cos b \cdot \sin c - \sin b \cdot \cos c \cdot \cos A$$

Den första av dessa tre ekvationer kallas det sfäriska cosinusteoremet, den andra kallas sfäriska sinusteoremet och den sista den tredje grundformeln.

Genom permutation av bokstäverna erhåller man formler för övriga sidor och vinklar. Genom att byta a mot  $180^\circ - A$ , A mot  $180^\circ - a$  etc erhålles

$$\cos A = -\cos B \cdot \cos C + \sin B \cdot \sin C \cdot \cos a$$

$$\sin A \cdot \sin b = \sin a \cdot \sin B$$

$$\sin A \cdot \cos b = \cos B \cdot \sin C + \sin B \cdot \cos C \cdot \cos a$$

Sidorna  $a$ ,  $b$ ,  $c$  skall vara uttryckta i vinkelmått:

$$a = \frac{S_a}{R} \cdot \rho \qquad b = \frac{S_b}{R} \cdot \rho \qquad c = \frac{S_c}{R} \cdot \rho$$

där

$$\begin{aligned} S_a, S_b, S_c &= \text{längden av resp sida utefter sfären} \\ R &= \text{sfärens radie} \\ \rho &= \text{omvandlingsfaktorn till vinkelmått} \end{aligned}$$

$$\rho = 180 : \pi = 57,295780 \text{ för omvandling till gamla grader}$$

$$\rho = 200 : \pi = 63,661977 \text{ för omvandling till gon}$$

I en sfärisk triangel är vinkelsumman större än  $180^\circ$ . Man har

$$A + B + C = 180^\circ + \varepsilon$$

där

$$\varepsilon = \text{den sfäriska excessen} = \frac{F}{R^2} \rho$$

där  $F$  = sfäriska triangelns yta

#### Avsnitt 4. Beräkningar på ellipsoiden

Kortaste vägen mellan två punkter utgörs i planet av en rät linje, på sfären av en storcirkelbåge, och på mera komplicerade ytor av en geodetisk linje, som definieras enligt följande:

Antag ett plan, som bestämmas av tre punkter på en rymdkurva. Låt punkterna närma sig varandra. Planet går då mot ett gränsvärde, som uppnås då punkterna sammanfaller. Gränsvärdet kallas det oskulerande planet i punkten. Geodetiska linjen har den egenskapen att det oskulerande planet i varje punkt på linjen är normalplan till ytan.

För geodetiska linjen på en rotationsyta gäller Clairaut's ekvation

$$p \cdot \sin A = \text{konstant}$$

där

$p$  = parallellcirkelns radie

$A$  = geodetiska linjens asimut

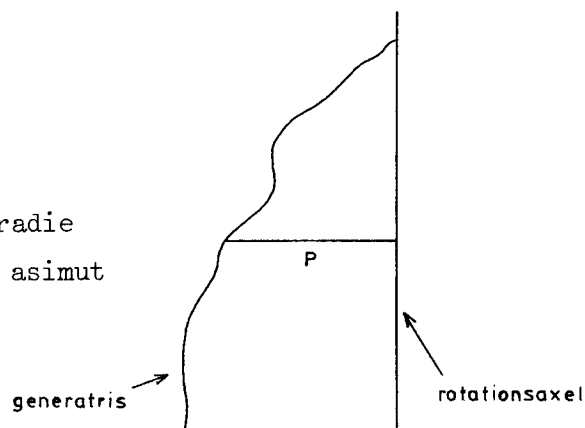


Fig 9

En storcirkelbåge på sfären är naturligtvis en geodetisk linje. På rotationsellipsoiden gäller inte motsvarande: varken normalsnittet (skärningslinjen mellan ett normalplan och ellipsoiden) eller skärningslinjen mellan ett plan genom ellipsoidens centrum och ellipsoiden är en geodetisk linje (undantag: ekvator och meridianer).



Eftersom jordellipsoidens avplattning är bara  $\sim \frac{1}{300}$ , är skillnaden mellan geodetiska linjen och normalsnittet mestadels försumbar. Så är dock inte fallet, om avplattningen är större. Som illustration visas fallet då avplattningen är  $\frac{1}{3}$  (se fig 10).

Man ser tydligt skillnaden mellan normalsnittet i A genom B, och normalsnittet i B genom A; och hur geodetiska linjen löper mellan dessa.

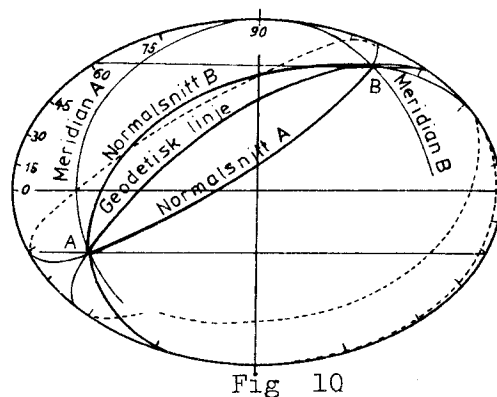


Fig 10

På rotationsellipsoden är  $p = N \cos \phi$  och Clairaut's ekvation blir

$$\frac{a}{W} \cos \phi \sin A = \text{konst}$$

Således ändrar geodetiska linjen ständigt sin asimut. För  $\sin A = 1$  ( $A = 90^\circ$ ) ger formeln den nordligaste resp sydligaste latituden mellan vilka geodetiska linjen förlöper.

En linje med konstant asimut, dvs en linje som skär alla meridianer under en och samma vinkel, kallas loxodrom. En resa längs loxodromen ger inte den kortaste vägen. Utgår geodetiska linjen och loxodromen från  $\phi = 60^\circ$ ,  $\lambda = 15^\circ$  (nära Grängesberg) med asimuten  $45^\circ$ , så är loxodromen 10 m NV om geodetiska linjen efter 10 km. Efter 50 km är avvikelserna 250 m, efter 100 km 1 km. Uppgifter av typen: "... Sedan fortsätter gränsen i riktningen (asimuten)  $47^\circ$ ..." innebär tvetydighet (man vet ej, om geodetiska linjen eller loxodromen åsyftas) och får därför ej förekomma.

En beräkning av geodetiska linjens längd mellan två punkter på rotationsellipsoiden innehåller en elliptisk integral och löses genom serietveckling. Som exempel ges här Gauss' medelbreddsformel, som ger avståndet på millimetern när mellan två punkter  $P_0$  och  $P_i$  (ej mer än 200 km från varandra). I formeln är  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  hjälpstorheter och

$s$  = avstånd mellan  $P_0$  och  $P_i$

$A_0$  = asimut i  $P_0$

$A_i$  = asimut i  $P_i$

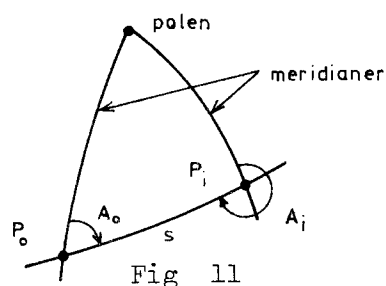
$\phi = (\phi_i + \phi_0) : 2$

$t = \operatorname{tg} \phi$

$\eta^2 = e'^2 \cos^2 \phi$

$\rho$  = omvandlingsfaktor till vinkelmått

$M$ ,  $N$ ,  $V$  finns definierade i avsnitt 2.



$$P = s \cos A = \frac{M(\phi_i - \phi_0)}{\rho} \left\{ 1 - \frac{(\lambda_i - \lambda_0)^2}{24\rho^2} (2 + 3t^2 + 2\eta^2) \cos^2 \phi - \frac{(\phi_i - \phi_0)^2 \eta^2}{8\rho^2 V^4} (t^2 - 1 - \eta^2 - 4\eta^2 t^2) \right\}$$

$$Q = s \sin A = \frac{N \cos \phi (\lambda_i - \lambda_0)}{\rho} \left\{ 1 - \frac{(\lambda_i - \lambda_0)^2 \sin^2 \phi}{24\rho^2} + \frac{(\phi_i - \phi_0)^2}{24\rho^2 V^4} (1 + \eta^2 - 9\eta^2 t^2) \right\}$$

$$R = A_i - 180^\circ - A_0 = (\lambda_i - \lambda_0) \sin \phi \left\{ 1 + \frac{(\lambda_i - \lambda_0)^2}{12\rho^2} V^2 \cos^2 \phi + \frac{(\phi_i - \phi_0)^2}{24\rho^2 V^4} (3 + 8\eta^2 + 5\eta^4) \right\}$$

$$s = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$A_0 = \operatorname{arctg} \frac{Q}{P} - \frac{R}{2}$$

$$A_i = \operatorname{arctg} \frac{Q}{P} + \frac{R}{2} + 180^\circ$$

Ovanstående exempel visar att även för en beräkning av de enklaste storheterna erfordras mycket arbete. Därför försöker man vid arbeten där högsta noggrannhet ej eftersträvas utföra beräkningarna på någon lämpligt vald sfär med sfäriska trigonometriens formler.

Detta kan utföras t ex på följande två sätt:

- 1 Använd samma latitud och longitud som på ellipsoiden. Till sfärens radie välj ellipsoidens medelkrökningsradie i områdets mitt.
- 2 Använd samma longitud som på ellipsoiden men ersätt latituden  $\phi$  på ellipsoiden med isometriska latituden  $\phi^*$  på sfären. Sambandet dem emellan framgår ur formeln

$$\operatorname{tg} \left( \frac{\phi^*}{2} + 45^\circ \right) = \operatorname{tg} \left( \frac{\phi}{2} + 45^\circ \right) \left( \frac{1 - e \sin \phi}{1 + e \sin \phi} \right)^{\frac{e}{2}}$$

eller vid serieutveckling

$$\phi - \phi^* = \frac{e^2}{2} \sin 2\phi \left( 1 + \frac{5}{6} e^2 \sin^2 \phi + \dots \right)$$

(Se även kap III, avsn 3). Till sfärens radie väljes  $R = a : \left( 1 + \frac{e^2}{2} \sin^2 \phi_0 \right)$  där  $\phi_0 =$  latitud för områdets mitt.

Som ett exempel tar vi ett område med 500 km radie kring  $\phi = 60^\circ$ ,  $\lambda = 15^\circ$ . Enligt metod 1 blir felen av storleksordning 0,1% i avstånd (förstoring i nord-syd riktning, förminskning i öst-väst) och 3' i asimut. Metod 2, som innebär mer arbete, begränsar felen till 0,02% i avstånd (ungefär detsamma i alla riktningar) samt 0,2' i asimut.

### Avsnitt 5. Astronomiska koordinater. Lodavvikelser

Astronomisk Ortsbestämning ger oss lodlinjens (geoid-normalens) riktning.

Astronomisk latitud  $\phi$  är vinkeln mellan lodlinjen och geoidens ekvatorsplan (= planet vinkelrätt mot jordens rotationsaxel). Obs! att lodlinjen och rotationsaxeln vanligen inte skär varandra eftersom de ej ligger i samma plan.

Ett plan som innehåller punktens lodlinje kallas punktens astronomiska normalplan. Det normalplan som dessutom är parallellt med jordens rotationsaxel kallas punktens astronomiska meridianplan. Punktens astronomiska longitud  $\Lambda$  är vinkeln mellan ett bestämt meridianplan (vanligen Greenwich's astronomiska meridianplan) och punktens astronomiska meridianplan.

Astronomisk asimut  $A^*$  från punkt P till punkt Q är vinkeln mellan P:s astronomiska meridianplan och det astronomiska normalplan i P som även innehåller Q.

I allmänhet sammanfaller lodlinjen inte med referensellipsoidens normal i punkten. Vinkeln  $\epsilon$  mellan lodlinjen och normalen kallas lodavvikelse i punkten och beräknas enligt

$$\epsilon = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$$

där

$$\xi = \Phi - \phi$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \phi$$

är lodavvikelsekomponenter i nord-sydlig resp öst-västlig riktning.

### Avsnitt 6. Geodetiskt datum

Den klassiska trianguleringen innebär att man i ett nät utformat av trianglar mäter alla vinklar och på detta sätt bestämmer formen av nätet. Känner man dessutom minst ett avstånd <sup>1)</sup> i nätet, är även skalan bestämd. Känner man minst en asimut i nätet, kan man dessutom orientera nätet. I ett sådant nät kan man således beräkna avstånd och asimut mellan alla punkter.

Endast i små nät, och då högsta precisionen ej eftersträvas, kan beräkningar utföras i ett horisontalplan. I alla andra fall skall hänsyn tagas till jordytans krökning, och beräkningarna utföras på en lämpligt vald rotationsellipsoid. Jordellipsoiden skall ansluta sig till geoiden så nära som möjligt. Det är först under senare tid, som man kunnat beräkna jordellipsoider, som ansluter sig till geoiden i dess helhet; tidigare har man endast kunnat beräkna ellipsoider, som ansluter sig till geoiden inom ett begränsat område. Jfr fig 12! Ett tiotal olika jordellipsoider har använts; de mest intressanta nämnes i det följande

Bessel	$a = 6377397,154$	$f = 1:299,1528$
Hayford	$a = 6378388$	$f = 1:297$
System 1967	$a = 6378160$	$f = 1:298,2472$

---

<sup>1)</sup> I verkligheten mäter man flera avstånd i nätet. Genom tillkomsten av elektromagnetiska avståndsmätningssinstrument har längdmätning i många fall ersatt vinkelmätning.

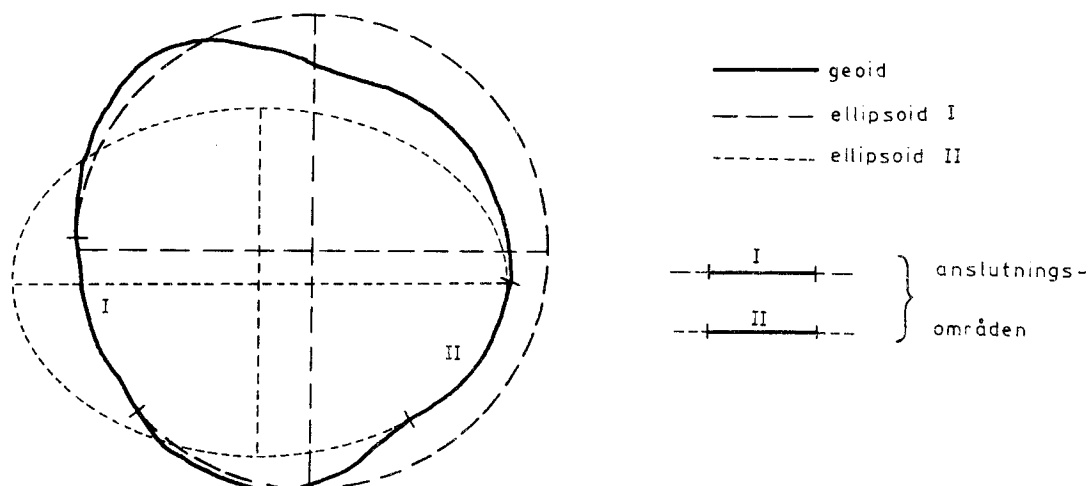


Fig 12

Bessels ellipsoid (1841) ligger till grund för den moderna svenska kartläggningen. Hayfords jorddimensioner (1909) antogs för internationellt bruk 1924 och hans ellipsoid kallas även den internationella ellipsoiden. På denna ellipsoid är det första sammanhängande triangelnätet över hela Europa beräknat (ED 50 med dess plana motsvarighet UTM). System 67 är den modernaste bestämningen av jorddimensionerna, där även satellitdata har kommit till användning.

Efter det att vi har valt lämplig jordellipsoid, återstår frågan om nätets placering och orientering. Ätminstone en asimut i nätet måste vara känd. Med hjälp av denna och mätdata i övrigt kan vi beräkna asimuten och avståndet mellan alla punkter, varefter vi - med hjälp av formler analoga med dem i avsnitt 4 - erhåller latitud- och longitudskillnaderna mellan punkterna. Att på detta sätt konsekutivt beräkna latitud och longitud för varje punkt i nätet förutsätter dock att vi på förhand känner latituden och longituden för åtminstone en punkt inom nätet. Vid förtättnings- eller fortsättningsmätningarna, då en del av nätet redan är fastställd, innebär detta intet problem. Problemet uppkommer däremot när primärnätet påbörjas i ett land. Då måste man fastlägga latitud och longitud för en punkt, fundamentalpunkten, samt asi-

muten från fundamentalpunkten mot en annan punkt inom nätet. Genom astronomisk Ortsbestämning erhålles dessa värden på geoiden: astronomisk latitud  $\Phi_0$ , astronomisk longitud  $\Lambda_0$  och astronomisk asimut  $A_0^*$  på fundamentalpunkten. Vad vi behöver är emellertid motsvarande värden på jordellipsoiden, dvs geodetisk latitud  $\phi_0$ , geodetisk longitud  $\lambda_0$  och geodetisk asimut  $A_0$ . Genom att tilldela värden  $\xi_0$  och  $\eta_0$  för lodavvikelsekomponenterna på fundamentalpunkter erhålles de geodetiska värdena enligt följande

$$\phi_0 = \Phi_0 - \xi_0$$

$$\lambda_0 = \Lambda_0 - \eta_0 \sec \phi_0$$

$$A_0 = A_0^* - \eta_0 \operatorname{tg} \phi_0 \quad (\text{Laplace's ekvation})$$

(Märk att  $\eta_0$  också bestämmer skillnaden mellan astronomisk och geodetisk asimut!) För att definitivt fixera ellipsoidens läge till geoiden måste även geoidhöjden (avståndet mellan ellipsoiden och geoiden)  $N_0$  i fundamentalpunkten anges.

Dessa fem storheter -  $a, f; \xi_0, \eta_0, N_0$  - kallas geodetiskt datum.

Ovanstående är en principbeskrivning av hur man placerar ett nät på jordellipsoiden. I praktiken utföres astronomiska mätningar på flera punkter och man söker en sådan placering av nätet som gör  $\Sigma (\xi^2 + \eta^2)$  till ett minimum. Därmed har begreppet fundamentalpunkt förlorat sin betydelse, även om namnet ibland fortfarande användes.

Om ett och samma nät har beräknats med olika datum, har varje punkt olika koordinater, även om  $a$  och  $f$  (dvs referensellipsoiderna) skulle vara lika. Detta är orsaken till varför man inte kan sammanfoga olika länders kartor utan att veta deras geodetiska datum. Också angivelser av typen: "gränsen går från  $\phi = 61^{\circ}45'33,72''$ ,  $\lambda = 18^{\circ}17'15,17''$  till  $\phi = \dots$ ,  $\lambda = \dots$ " är av ringa nytta så länge man inte närmare preciserar datumet.

Vi kan här som exempel ge koordinaterna för Bondens fyr (45 km SSV om Umeå stad):

i rikets system	$\phi = 63^{\circ}26'06''1144$	$\lambda = 20^{\circ}02'32''0986$
i ED 50	03"3767	22"1350

dvs en skiljaktighet av 85 m i nord-syd och 138 m i öst-väst.

Man kan överräkna koordinater från ett system till ett annat, om man känner, förutom ellipsoiddimensionerna, koordinater i båda systemen för minst två punkter. I internationellt samarbete frågar man därför inte efter grannländernas datum, utan i stället efter vissa punkters koordinater i deras system.



## KAPITEL II. SFÄRENS AVBILDNING I PLANET

Avsnitt 1. Inledning

Om man på en plan yta försökte återge en till alla delar kongruent eller likformig bild av sfären eller ellipsoiden (eller del därav), skulle man stöta på samma oövervinneliga svårighet, som om man ville breda ut en uppskuren gummiboll i ett plan. Vid ett dylikt återgivande måste man därför alltid räkna med en förvridning av figuren.

Kartprojektionerna är ett medel att vid återgivande av jordytan på planet hålla dessa förvridningar under kontroll. Kartprojektionerna kan generellt definieras som ett matematiskt samband

$$x = f_x(\phi, \lambda)$$

$$y = f_y(\phi, \lambda)$$

där  $\phi$  är latituden och  $\lambda$  longituden.

Ingen avbildning av den ellipsoidiska (resp sfäriska) ytan på ett plan kan göras felfri, men med lämpligt val av funktioner  $f_x$  och  $f_y$  kan de oundvikliga projektionsfelen göras så små att de för det aktuella avbildningsändamålet kan försummas eller - efter anbringande av korrektioner - inte vållar några påtagliga olägenheter. Kartprojektionerna uppbyggs därför så att den får speciella, eftersträvade egenskaper.

Följande egenskaper har intresse:

Vinkelriktighet hos en kartprojektion innebär att vinkeln mellan två linjer vilka som helst på ellipsoiden till sin storlek förblir oförändrad vid linjernas avbildning i planet. Vinkelriktigheten innebär dessutom att infinitesimalt små figurer avbildas utan formförändring, samt vidare att förstoringen i en punkt i bilden är lika stor i alla riktningar från punkten. En projektion av denna typ kallas även konform. Vinkelriktigheten innebär dock inte, att vinklar mellan räta linjer som förenar punkter i projektionsplanet med varandra, är identiska med vinklarna mellan de linjer, som förbinder motsvarande punkter på jordytan. En "rät" linje på referensellipsoiden avbildas vanligen som en båge i projektionsplanet.

Ytriktighet innebär att en figurs area förblir oförändrad vid avbildning oberoende av figurens form och storlek. Ytriktighet och vinkelriktighet kan ej kombineras, ty detta skulle innebära en felfri avbildning, vilket inte är möjligt att åstadkomma. Projektionen kallas även ekvivalent.

Längdriktighet innebär inte att alla linjer avbildas längdriktiga (i skala 1:1), eftersom en sådan projektion skulle vara felfri. Ofta är alla meridianer samt vissa parallellcirkelar längdriktigt avbildade. Viss längdriktighet kan kombineras med vinkelriktighet eller ytriktighet. Projektionen kallas även ekvidistant.

Att utföra en kartprojektion betyder att man konstruerar bilden av det geografiska gradnätet. I detta projicerade nät av meridianer och parallellcirkelar inritas därefter kartans detaljer, landkonturer, gränslinjer m m.

Karaktäristisk för egenskaperna hos den genom projektionen uppkomna gradnätsbilden är den så kallade indikatrissen, dvs den elementarellips som vid avbildningen uppkommer ur en elementarcirkel<sup>1)</sup> på sfären (ellipsoiden). Vid de normala projektionerna blir indikatrissens axlar belägna utefter meridianen och parallellen genom den avbildade punkten. Väljer vi elementar-<sup>1)</sup> en infinitesimal cirkel på sfärens (ellipsoidens) yta

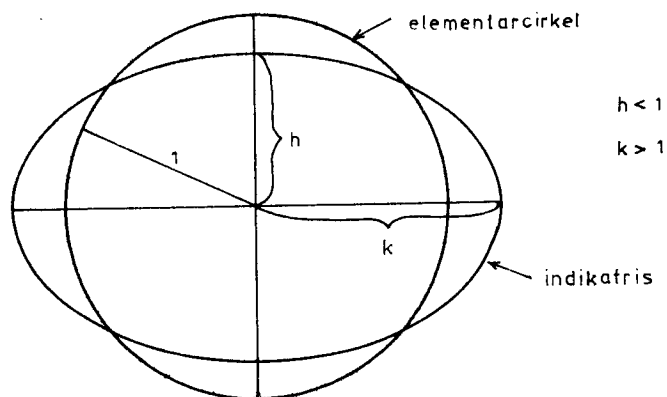


Fig 13

cirkelns radie = 1 (jfr fig 13), så blir förstoringarna h resp  $k^1$ ) utefter meridian och parallell i det normala fallet lika med halvaxlarnas längder i indikatrisen. Ur indikatrisens egenskaper kan man nu särskilja olika typer av projektioner:

- 1) är  $h = k$  är projektionen konform
- 2) är  $hk = 1$  är projektionen ytriktig
- 3) är  $h = 1$  ( $k = 1$ ) är projektionen längdriktig utefter meridianen (parallellen)

Indikatrisen ger också besked om vinkelförvriddningen. Dess maximala belopp  $\omega$  erhålles ur formeln

$$\sin \omega = \left| \frac{k - h}{k + h} \right|$$

<sup>1)</sup>

Då vi talar om kartans förstoring eller skala menar vi inte den s k huvudskalan, t ex 1:50 000 e d. Vi förutsätter hela tiden huvudskalan 1:1 och talar om lokala avvikelser från denna skala.

Vi börjar med att behandla projektionen från sfären till planet, dels på grund av den allmänna användning för småskaliga kartor över större områden denna metod har, dels emedan metodiken är matematiskt enklare men i princip ändå densamma som vid motsvarande övergång mellan ellipsoid och plan.

Allt efter det sätt på vilket planet med sitt gradnät erhålles, talar vi om

- a) asimutala
- b) koniska
- c) cylindriska

projektioner. I fallet a) sker avbildningen direkt till ett plan, i b) och c) på en kon resp en cylinder som därefter utvecklas till ett plan. Om planets normal resp konens eller cylinderns axel ligger

- 1) i jordaxeln kallas projektionen normal
- 2) i ekvatorsplanet transversal
- 3) på annat sätt snedaxlig

Anm Vid asimutal projektion kallas 1)-3) även polär, ekvatoriell resp horisontell

Karaktäristiskt för den normala asimutala projektionen (se fig 14) är att parallellcirklar (latituder) avbildas som koncentrisk cirkel och meridianer (longituder) som räta linjer utstrålande från cirkelarnas gemensamma mittpunkt (polen) under inbördes riktiga vinklar.

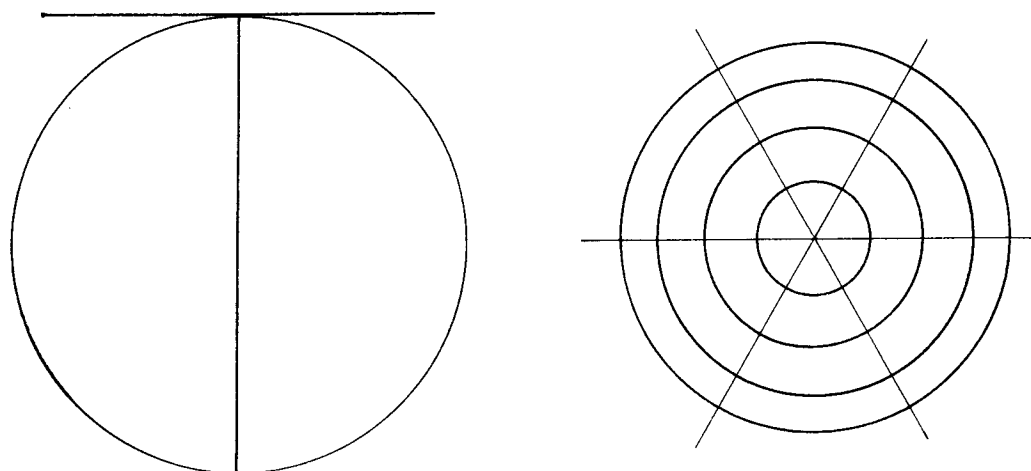


Fig 14

Vid normal konisk projektion erhålles följande karaktäristika (se fig 15). Meridianer avbildas som räta linjer utstrålande från polen under vinklar som är  $n = \sin \frac{v}{2}$  (v = konens toppvinkel) gånger motsvarande longitudskillnad. Parallellerna är cirkelbågar med polen som medelpunkt.

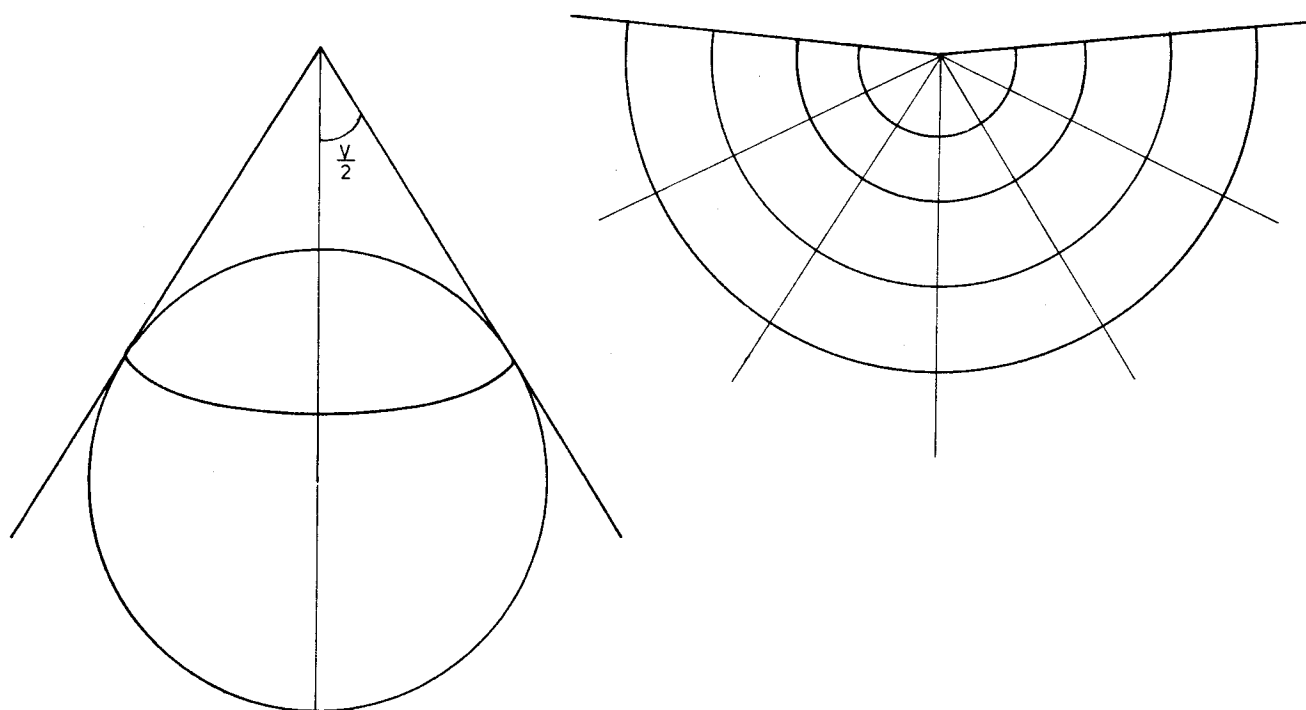


Fig 15

Karaktäristiskt för normal cylinderprojektion är att meridianer avbildas som rätta, parallella linjer (se fig 16) med ett avstånd som svarar mot longitudgradens längd utefter ekvatorn. Även parallellcirklar avbildas som parallella rätta linjer, vinkelräta mot de föregående.

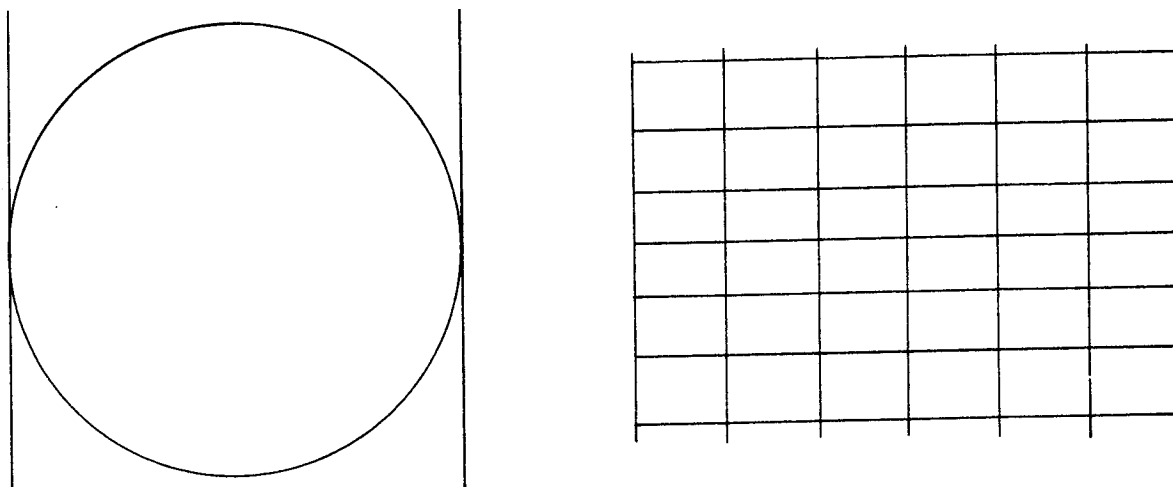


Fig 16

Avbildningar med ovanstående karaktäristik kan erhållas om man t ex från sfärens mittpunkt perspektiviskt projicerar latituder och longituder på ett plan, en kon eller en cylinder. Man bör dock observera att de vanligaste projektionerna inte är perspektiviska. Vi har hittills inte nämnt något om avståndet mellan latitudernas bilder. Genom att variera avbildningslagen för dessa kan vi åstadkomma projektioner med de egenskaper vi önskar.

Geometriskt kan därför projektionstyperna indelas i

- 1) perspektiviska
- 2) halv-perspektiviska, där endast en grupp av linjer (t ex meridianer) är projicerade perspektiviskt
- 3) konventionella, där inga linjer är projicerade perspektiviskt.



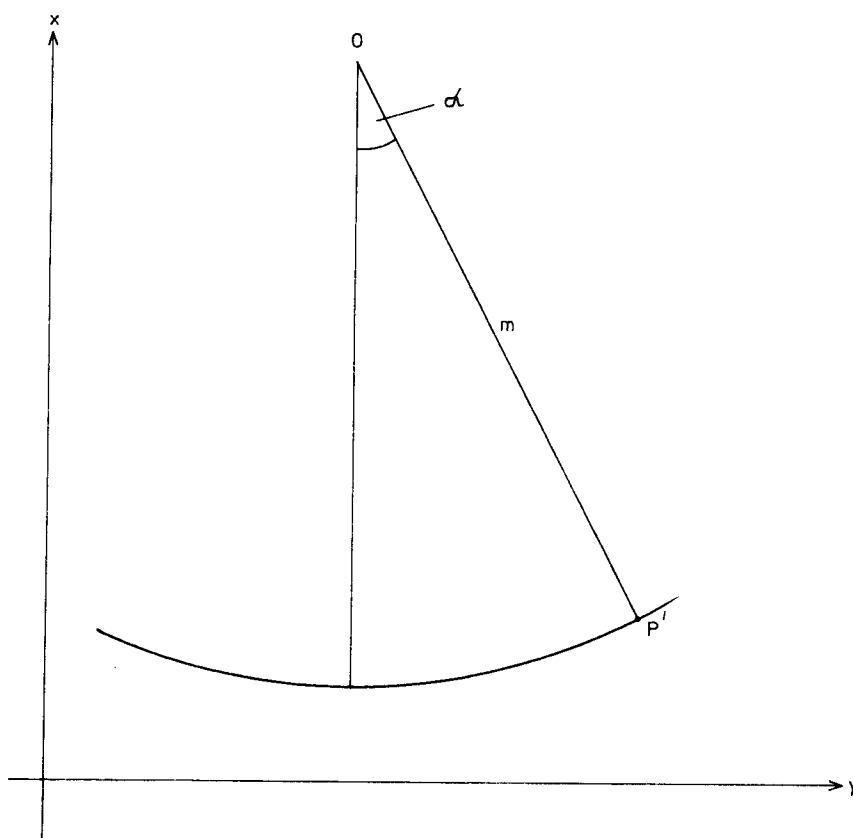


Fig 18

En ändring av ko-latituden  $\delta$  med  $d\delta$  (se fig 17) medför en förflyttning av P på sfären med  $R d\delta$  och i projektionen med  $dm$ . En ändring av longituden  $\lambda$  med  $d\lambda$  åstadkommer en förflyttning  $R \sin \delta d\lambda$  på sfären och  $mn d\lambda$  i projektionen. Således blir

$$h = \frac{dm}{R d\delta} \qquad k = \frac{mn d\lambda}{R \sin \delta d\lambda}$$

Exempelvis vid konform projektion är  $h = k$ , dvs

$$\frac{dm}{R d\delta} = \frac{mn d\lambda}{R \sin \delta d\lambda}$$

eller

$$\frac{dm}{m} = n \frac{d\delta}{\sin \delta}$$



Integration ger

$$\ln m = n \ln \operatorname{tg} \frac{\delta}{2} + \ln C$$

eller 
$$m = C \cdot \left(\operatorname{tg} \frac{\delta}{2}\right)^n$$

där  $C$  är den ena projektionskonstanten, här svarande mot längden av meridianavsnittet från polen till ekvatorn, dvs ekvatorns radie  $m_e$  i projektionen. Den andra (projektions-) konstanten är konkonstanten  $n$ , dvs sinus för konens halva toppvinkel. Vid asimutala projektioner är  $n = 1$ .

### Avsnitt 3. Normala asimutala projektioner

Allmänt gäller för normala asimutala projektioner, eftersom här  $n = 1$ ,

$$m = f(\delta)$$

$$\alpha = \lambda - \lambda_0$$

där funktionen  $f$  ger projektionen dess egenskaper. Indikatrixens axlar blir

$$h = \frac{dm}{R d\delta} \quad k = \frac{m}{R \sin \delta}$$

Projektionernas utseende visas i fig 20, a-e.

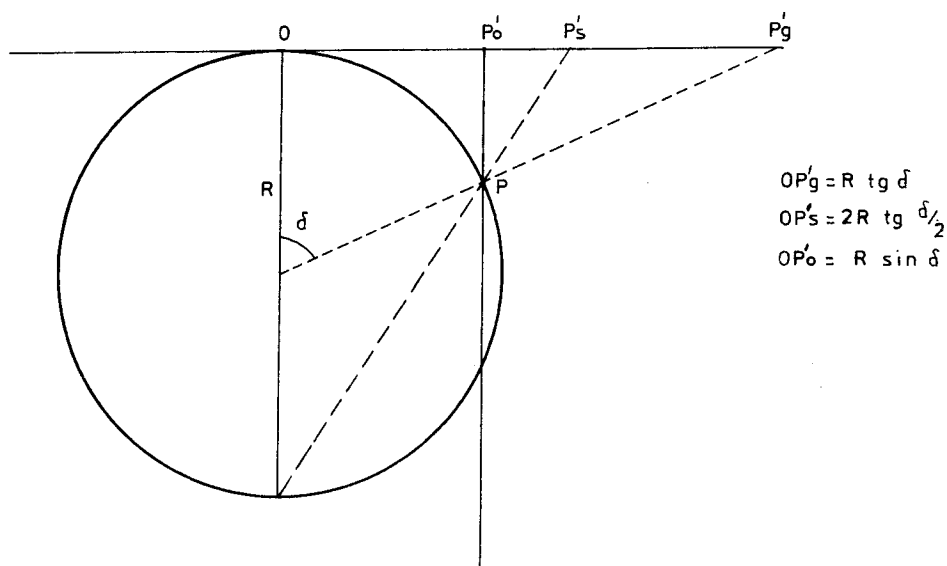


Fig 19. Direkt perspektiviska projektioner

Gnomonisk projektion  $P'_g$

Stereografisk projektion  $P'_s$

Ortografisk projektion  $P'_o$

a Gnomonisk projektion

$$m = R \operatorname{tg} \delta$$

Detta är en perspektivisk projektion (se fig 19) med jordens medelpunkt som projektionscentrum. Alla storcirkelbågar avbildas som räta linjer, varför projektionen - oftast i sin snedaxliga form - användes för moderna navigationskartor. Den är dock varken konform eller ytriiktig och ger långt från tangeringspunkten (här nordpolen) stora vinkel- och längdfel.

$$h = \frac{R \, d\delta}{\cos^2 \delta} : R \, d\delta = \frac{1}{\cos^2 \delta}$$

$$k = \frac{R \operatorname{tg} \delta}{R \sin \delta} = \frac{1}{\cos \delta}$$

För  $\phi = 72^\circ$  är  $\delta = 18^\circ$   $h = 1,11$   $k = 1,05$   $\omega = 1,4^\circ$

$\phi = 30^\circ$  är  $\delta = 60^\circ$   $h = 4,0$   $k = 2,0$   $\omega = 19,5^\circ$

b Stereografisk projektion (konform)

$$m = 2R \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}$$

Direkt perspektivisk projektion med projektionscentrum i tangeringspunktens antipod (jfr fig 19). Projektionen är konform och har dessutom egenskapen att alla cirklar på sfären avbildas som cirklar i planet:

$$h = \frac{R \, d\delta}{\cos^2 \frac{\delta}{2}} : R \, d\delta = \frac{1}{\cos^2 \frac{\delta}{2}}$$

$$k = \frac{2R \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}}{2R \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{2}} = \frac{1}{\cos^2 \frac{\delta}{2}}$$

Skalan vid ekvatorn ( $\frac{\delta}{2} = 45^\circ$ ) är 2,0

vid  $\phi = 60^\circ$  ( $\frac{\delta}{2} = 15^\circ$ ) är 1,07

I sin snedaxliga form har projektionen kommit till användning för avbildning av cirkulära områden av ej alltför stor utsträckning.

c Ortografisk projektion  $m = R \sin \delta$

Direkt perspektivisk projektion med projektionscentrum oändligt långt borta i jordaxelns förlängning (se fig 19).

$$h = R \cos \delta \quad d\delta : R d\delta = \cos \delta$$

$$k = \frac{R \sin \delta}{R \sin \delta} = 1$$

Projektionen har således längdriktiga paralleller men är varken ytriaktig eller konform. Den avbildar maximalt halva sfären.

För  $\phi = 45^\circ$  är  $\delta = 45^\circ$ ;  $h = 0,71$ ;  $k = 1$ ;  $\omega = 9,9^\circ$

Projektionen har använts till mánkartor och i sin transversala form till avbildning av jordhemisfärerna.

d Mittavståndsriktig asimutalprojektion  $m = R \cdot \delta$

Meridianer avbildas längdriktiga:

$$h = \frac{R d\delta}{R d\delta} = 1 \quad k = \frac{R \delta}{R \sin \delta} = \frac{\delta}{\sin \delta}$$

Projektionen kan användas för avbildning av hela jorden.

Är varken ytriaktig eller konform. För ekvatorn får vi

$$h = 1 \quad k = \frac{\frac{\pi}{2}}{1} = \frac{\pi}{2} \sim 1.57 \quad \omega = 12,8^\circ$$

e Lamberts ytriktiga asimutalprojektion  $m = 2R \sin \frac{\delta}{2}$

Eftersom avbildningslagen här inte är självklar såsom vid föregående projektioner, skall den härledas ur villkoret  $hk = 1$  (ytriktighet), dvs

$$\frac{dm}{R d\delta} \cdot \frac{m n d\lambda}{R \sin\delta d\lambda} = 1$$

Då  $n = 1$  vid asimutala projektioner förenklas formeln till

$$m dm = R^2 \sin\delta d\delta$$

Integration ger

$$\frac{1}{2} m^2 = -R^2 \cos\delta + C$$

Integrationskonstanten  $C$  bestäms ur villkoret, att för  $\delta = 0$  skall  $m = 0$ , vilket ger  $C = R^2$

$$\therefore \frac{1}{2} m^2 = R^2 (1 - \cos\delta)$$

$$m^2 = 4R^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}$$

Skalan är

$$h = R \cos \frac{\delta}{2} d\delta : R d\delta = \cos \frac{\delta}{2}$$

$$k = 2R \sin \frac{\delta}{2} : R \sin\delta = 1 : \cos \frac{\delta}{2}$$

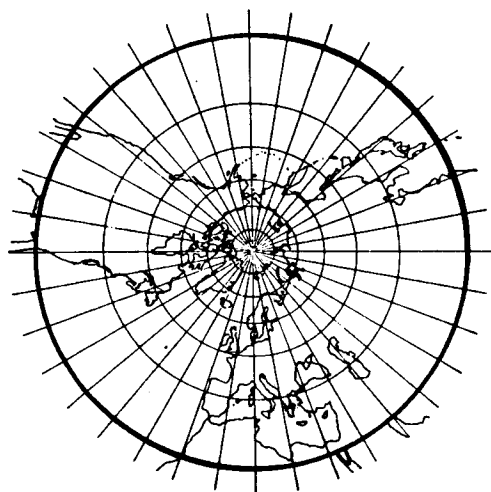
Projektionen kan avbilda hela jorden. För ekvatorn är

$$\delta = 90^\circ \quad h = 0,71 \quad k = 1,41 \quad \omega = 19,5^\circ$$

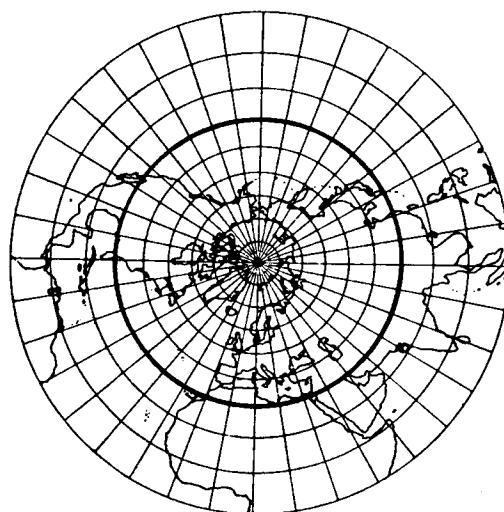
Projektionen har kommit till användning för småskaliga geografiska kartor, där ytriktighet ofta är en eftersträvd egenskap. I sin transversala form har den använts för avbildningar av jordhemisfärerna. Den är även fundamentalprojektion till en del konventionella ytriktiga kartprojektioner.

Anm Vid avbildning av mycket små områden kring tangeringspunkten är alla de fem projektionerna likadana. Det framkommer ur avbildningslagen, ty för små  $\delta$  är

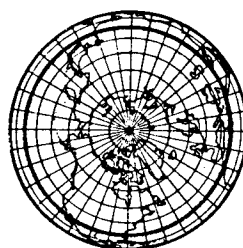
$$\operatorname{tg} \delta \sim 2 \operatorname{tg} \frac{\delta}{2} \sim \sin \delta \sim \delta \sim 2 \sin \frac{\delta}{2}$$



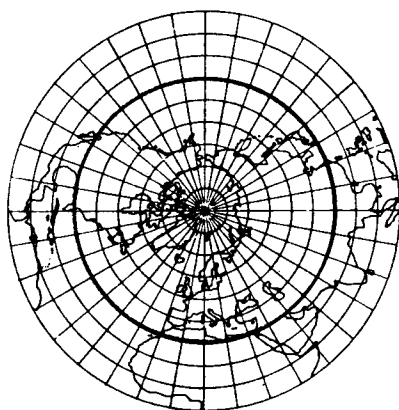
a. Gnomonisk



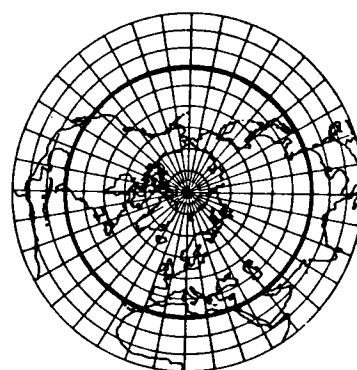
b. Stereografisk



c. Ortografisk



d. Mittavståndsriktig



e. Ytriktig

Fig 20. Normala asimutala projektioner  
 Latitud  $30^{\circ}$  ritad med tjock linje.

Avsnitt 4. Normala koniska projektioner

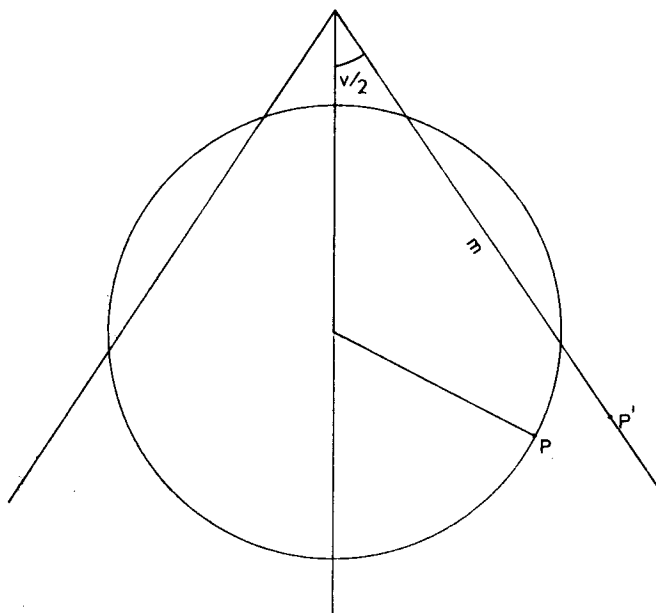


Fig 21

Vid koniska projektioner är

$$m = f(\delta) \qquad \alpha = n(\lambda - \lambda_0)$$

$$h = \frac{dm}{R d\delta} \qquad k = \frac{m n}{R \sin\delta}$$

och  $n = \sin \frac{v}{2}$  där  $v$  = konens toppvinkel.

Utseendet av vinkelriktiga och ytriktiga koniska projektioner visas i fig 24. Inga perspektiviska koniska projektioner har fått någon praktisk användning.



a. Konform konisk projektion

$$m = C \cdot \left(\operatorname{tg} \frac{\delta}{2}\right)^n$$

Avbildningslagen är härledd i avsnitt 2.

Projektionskonstanterna  $n$  och  $C$  kan bestämmas på flera olika sätt, beroende på vilka två villkor man ställer upp.

Alt 1 Konen skall tangera sfären längs parallellcirkeln med ko-latitud  $\delta_0$ . Denna parallell skall avbildas längdriktigt.

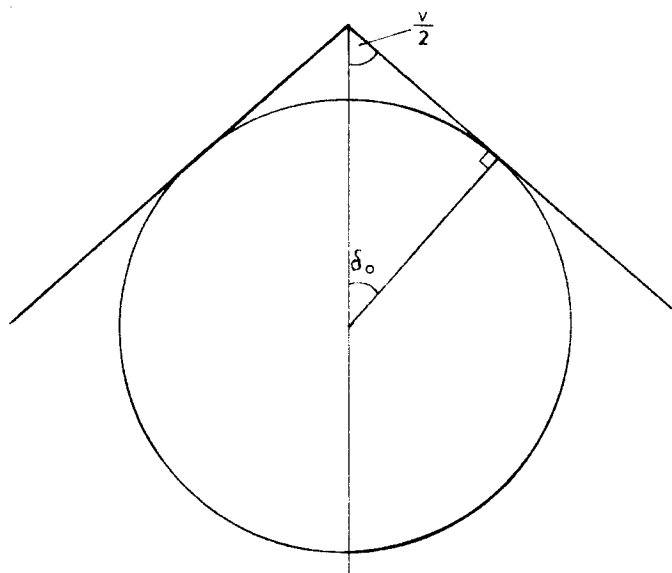


Fig 22

Fig 22 ger  $n = \sin \frac{v}{2} = \sin (90^\circ - \delta_0) = \cos \delta_0$

Längdriktighetsvillkoret  $k = 1$  ger

$$C \cdot \left(\operatorname{tg} \frac{\delta_0}{2}\right)^{\cos \delta_0} \cdot \cos \delta_0 : R \sin \delta_0 = 1$$

eller

$$C = R \operatorname{tg} \delta_0 : \left(\operatorname{tg} \frac{\delta_0}{2}\right)^{\cos \delta_0}$$

Alt 2 Två paralleller, med ko-latituderna  $\delta_1$  och  $\delta_2$ , skall avbildas längdriktigt.

n beräknas ur villkoret att paralleller med ko-latituder

$\delta_1$  och  $\delta_2$  skall ha samma skala, dvs

$$\log m_1 + \log n - \log R - \log \sin \delta_1 = \log m_2 + \log n - \log R -$$

$$- \log \sin \delta_2$$

eller

$$\log m_1 - \log \sin \delta_1 = \log m_2 - \log \sin \delta_2$$

eller

$$\log C + n \log \operatorname{tg} \frac{\delta_1}{2} - \log \sin \delta_1 = \log C + n \log \operatorname{tg} \frac{\delta_2}{2} -$$

$$- \log \sin \delta_2$$

varur

$$n = \frac{\log \sin \delta_1 - \log \sin \delta_2}{\log \operatorname{tg} \frac{\delta_1}{2} - \log \operatorname{tg} \frac{\delta_2}{2}}$$

Därefter ger det andra villkoret - parallellen med ko-latitud  $\delta_1$  (eller  $\delta_2$ ) skall vara längdriktig -

$$n \cdot C \left( \operatorname{tg} \frac{\delta_1}{2} \right)^n = R \sin \delta_1$$

varur

$$C = \frac{R \sin \delta_1}{n \left( \operatorname{tg} \frac{\delta_1}{2} \right)^n}$$

Latituderna  $\phi_1 = 90^\circ - \delta_1$  och  $\phi_2 = 90 - \delta_2$  kallas standardparalleller, och projektionen kallas "skårande".

Varning. Att bestämma  $\delta_1$  och  $\delta_2$  så att längdriktighet uppstår är ej detsamma som att konstruera en vid  $\delta_1$  och  $\delta_2$  skärande kon.

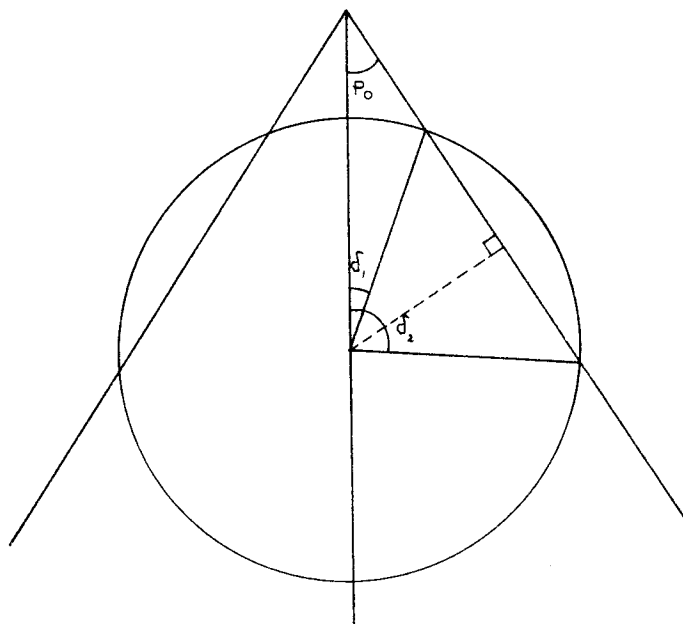


Fig 23

För t ex  $\delta_1 = 20^\circ$ ,  $\delta_2 = 94^\circ$  ger geometrisk konstruktion enl fig 23 halva toppvinkeln  $P_0$

$$P_0 = 90^\circ - \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} = 33^\circ$$

medan villkoret  $h = k = 1$  vid  $\delta_1$  och  $\delta_2$  ger

$$n = \frac{\log \sin 20 - \log \sin 94}{\log \operatorname{tg} 10 - \log \operatorname{tg} 47} = 0,59295$$

och halva toppvinkeln blir

$$\frac{v}{2} = \arcsin n = 36^\circ 22'$$

b. Ytriktig konisk projektion  $m^2 = \frac{2}{n}(C - R^2 \cos \delta)$

Avbildningslagen erhålles ur villkoret  $hk = 1$ , dvs

$$\frac{dm}{R d\delta} \cdot \frac{mn d\lambda}{R \sin \delta d\lambda} = 1$$

eller

$$n m dm = R^2 \sin \delta d\delta$$

varefter integration ger

$$n \frac{m^2}{2} = -R^2 \cos \delta + C$$

Alt 1 Lamberts ytriktiga koniska projektion.  $C$  bestämmes så att  $m = 0$  för  $\delta = 0$ , vilket ger  $C = R^2$  och

$$m = \frac{2R}{\sqrt{n}} \sin \frac{\delta}{2}$$

$n$  väljes så att en parallell med ko-latitud  $\delta_0$  avbildas längdriktigt, dvs  $k = 1$  för  $\delta = \delta_0$ . Villkoret ger

$$n = \frac{R \sin \delta_0}{m} = 2R \sin \frac{\delta_0}{2} \cos \frac{\delta_0}{2} : \frac{2R}{\sqrt{n}} \sin \frac{\delta_0}{2}$$

eller  $\sqrt{n} = \cos \frac{\delta_0}{2}$

Ann. Att parallellen med ko-latituden  $\delta_0$  avbildas längdriktigt betyder inte att projektionskonen tangerar sfären längs denna parallellcirkel. T ex för  $\delta_0 = 30^\circ$  blir den tangerande konens halva toppvinkel  $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ , medan projektionskonens halva toppvinkel är  $\frac{v}{2} = \arcsin n = \arcsin (\cos^2 15^\circ) = 68,9^\circ$ .

Alt 2. Vill man däremot låta den längdriktiga parallellen  $\delta_0$  även vara tangeringsparallell, får man projektionen

$$m = \frac{1}{\cos \delta_0} \sqrt{1 + \cos^2 \delta_0 - 2 \cos \delta_0 \cos \delta}$$

där polen avbildas som en cirkelbåge med radie

$$m_0 = (1 - \cos \delta_0) : \cos \delta_0$$

Härledning se Wagner s 47-49

Alt 3 Albers ytriktiga koniska projektion. C och n bestämmas så att två parallellcirkclar, med ko-latituder  $\delta_1$  och  $\delta_2$ , avbildas längdriktigt.

$$k = 1 \text{ medför att } mn = R \sin \delta$$

$$\text{varur } nm^2 = \frac{R^2}{n} \sin^2 \delta$$

således

$$2(C - R^2 \cos \delta_1) = \frac{R^2}{n} \sin^2 \delta_1$$

$$2(C - R^2 \cos \delta_2) = \frac{R^2}{n} \sin^2 \delta_2$$

Subtraktion ger

$$-2nR^2(\cos \delta_1 - \cos \delta_2) = R^2(\sin^2 \delta_1 - \sin^2 \delta_2)$$

$$\text{varur } n = \frac{\cos \delta_1 + \cos \delta_2}{2}$$

$$\text{Vidare är } C = R^2 \cos \delta_1 + \frac{R^2}{2n} \sin^2 \delta_1$$

så att

$$n^2 m^2 = R^2 (\sin^2 \delta_1 + 2n \cos \delta_1 - 2n \cos \delta)$$

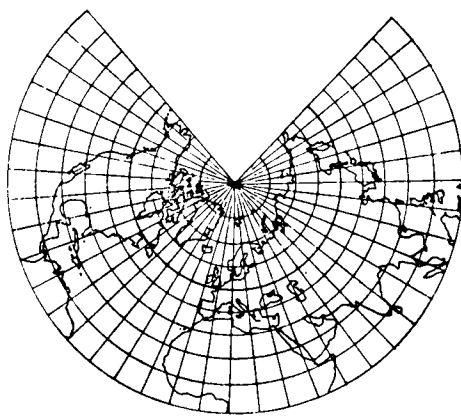
Formeln kan vidareutvecklas (se Wagner s 53) till följande elegantå form

$$m^2 = \left(\frac{2R}{n}\right)^2 \left(\sin^2 \frac{\delta_1}{2} \sin^2 \frac{\delta_2}{2} + n \sin^2 \frac{\delta}{2}\right)$$

Polen avbildas som en cirkelbåge med radie

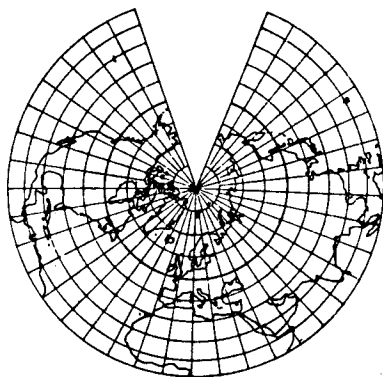
$$m_o = \frac{2R}{n} \sin \frac{\delta_1}{2} \sin \frac{\delta_2}{2}$$

Ej heller här kan man konstruera projektionskonen geometriskt. För  $\delta_1 = 20^\circ$ ,  $\delta_2 = 94^\circ$  (jfr a. Alt 2) blir  $n = 0,43494$ , dvs halva toppvinkeln  $\frac{v}{2} = 25^\circ 47'$  och inte  $33^\circ$  som erhålles vid geometrisk konstruktion enl fig 23.

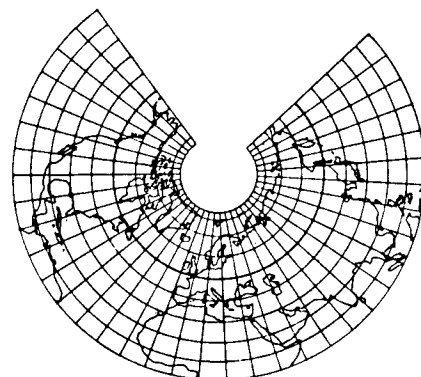


a. Konform projektion,  $\delta_0 = 40^\circ$

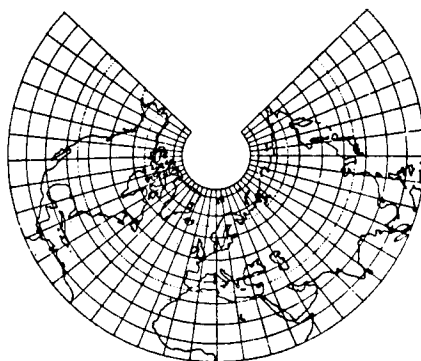
b. Ytriktiga projektioner



Alt 1  $\delta_0 = 40^\circ$



Alt 2  $\delta_0 = 40^\circ$



Alt 3  $\delta_1 = 25^\circ, \delta_2 = 55^\circ$

Fig 24 Normala koniska projektioner

Avsnitt 5. Normala cylinderprojektioner

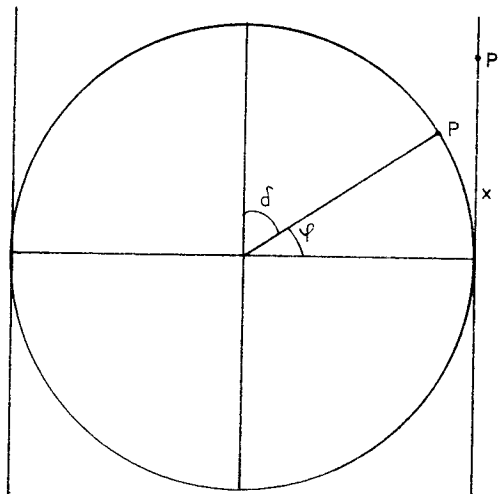


Fig 25

Vid normal cylinderprojektion avbildas meridianerna som räta parallella linjer, och paralleller som räta parallella linjer vinkelräta mot meridianerna. Avståndet mellan parallellerna ger projektionens speciella egenskaper. Avbildningslagen är

$$x = f(\phi)$$

$$y = R \cdot \lambda$$

således

$$h = \frac{dx}{R d\phi}$$

$$k = \frac{R}{R \cos\phi} = \sec\phi$$

För bättre skalanpassning, om området för kartläggning ligger långt från ekvatorn, minskas cylinderradien så att den blir lika med parallellcirkelns radie,  $r_0 = R \cos\phi_0$ , för lämplig medellatitud  $\phi_0$  inom området. Cylindern blir då skärande och projektionen längdriktig utefter ifrågakvarande parallellcirkel och

$$y = R \cdot \cos\phi_0 \cdot \lambda$$

$$k = \frac{r_0}{R} \cdot \sec\phi = \cos\phi_0 \sec\phi$$



Utseendet av tre cylinderprojektioner visas i fig 26. Inga perspektiviska cylinderprojektioner har fått någon praktisk användning.

a. Plattkartan  $x = R \cdot \phi$

Projektionen har alla meridianer längdriktiga:

$$x = R \cdot \phi \quad h = 1$$

$$y = R \cdot \lambda \quad k = 1: \cos \phi$$

En ytterligt enkel projektion, bestående av ett kvadratisk rutnät (kvadratiske plattkartan), men utan värdefulla egenskaper.

Förminskar man cylinderns radie till  $R \cos \phi_0$ , blir ej längre ekvatorn utan de två parallellerna  $\pm \phi_0$  längdriktiga (skärande cylinder). Gradnätstrutorna förlorar sin kvadratiske form och blir på högkant stående rektanglar med sidoförhållandet  $\cos \phi_0$  (rektangulära plattkartan):

$$x = R \cdot \phi \quad h = 1$$

$$y = R \cos \phi_0 \cdot \lambda \quad k = \cos \phi_0 \sec \phi$$

b. Lamberts ytriktiga cylinderprojektion  $x = R \sec \phi_0 \sin \phi$

Vid skärande cylinder ger villkoret  $hk = 1$

$$\frac{dx}{R d\phi} \cdot \cos \phi_0 \sec \phi = 1$$

$$x = R \sec \phi_0 \sin \phi$$

$$y = R \cos \phi_0 \cdot \lambda$$

För  $\phi_0 = 0$  har vi fallet med tangerande cylinder.

c. Mercators projektion (konform)

$$x = R \cos \phi_0 \ln \operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)$$

År 1559 utgav belgaren Mercator en världskarta om fyra blad i denna projektion.

Villkoret  $h = k$  ger

$$\frac{dx}{R d\phi} = \cos \phi_0 \sec \phi$$

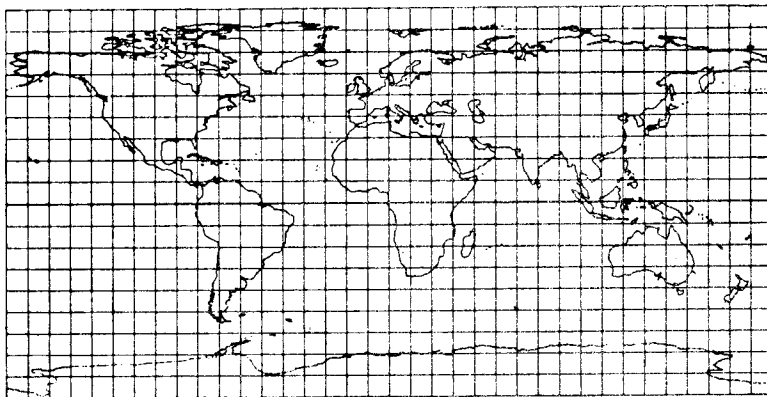
$$dx = R \cos \phi_0 \frac{d\phi}{\cos \phi}$$

varur

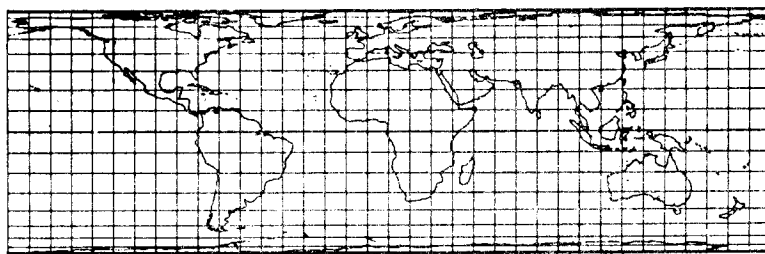
$$x = R \cos \phi_0 \cdot \ln \operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)$$

$$y = R \cos \phi_0 \cdot \lambda$$

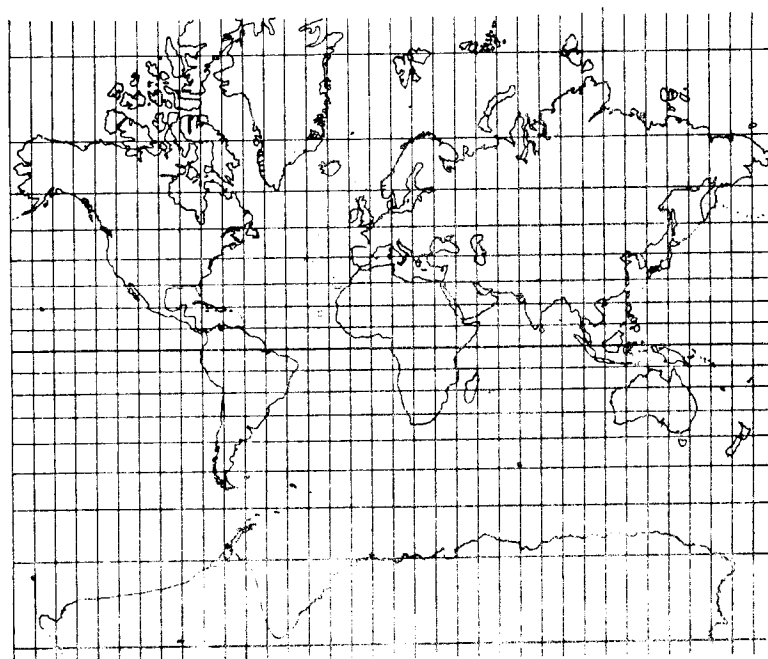
Projektionens avbildar loxodromen som en rät linje, varför den har kommit till användning för sjökort (projektionens oftast gjord från ellipsoiden). För avbildning av ekvatornära områden är projektionen utmärkt, där har den samma betydelse som den (snedaxliga) stereografiska för måttliga cirkulära områden.



a. Kvadratisk plattkarta



b. Ytriiktig projektion



Meridianer parallella

### Avsnitt 6. Icke normala projektioner

Avbildningslagen för de normala projektionerna är för

- a) asimutala projektioner:  $m = f(\delta)$        $\alpha = \lambda$
- b) koniska projektioner:  $m = f(\delta)$        $\alpha = n\lambda$
- c) cylinderprojektioner:  $x = f(90^\circ - \delta)$        $y = R \cdot \lambda$

I det normala fallet är polen tangeringspunkten för planet resp skärningspunkten för konens eller cylinderns axel, dvs  $\phi_0 = 90^\circ$ . Detta medför att  $\delta = 90^\circ - \phi$ . I det snedaxliga fallet har denna punkt koordinaterna  $\phi_0$  och  $\lambda_0$ , vilket medför att i avbildningslagen  $\delta$  skall ersättas med  $\delta'$  och  $\lambda$  med  $\lambda'$ , varvid värdena för  $\delta'$  och  $\lambda'$  beräknas enligt

$$\cos \delta' = \sin \phi_0 \sin \phi + \cos \phi_0 \cos \phi \cos (\lambda - \lambda_0)$$

$$\sin \lambda' = \sin (\lambda - \lambda_0) \cos \phi : \sin \delta'$$

I det transversala fallet är  $\phi_0 = 0$ .

Härnedan följer 3 exempel på icke normala projektioner.

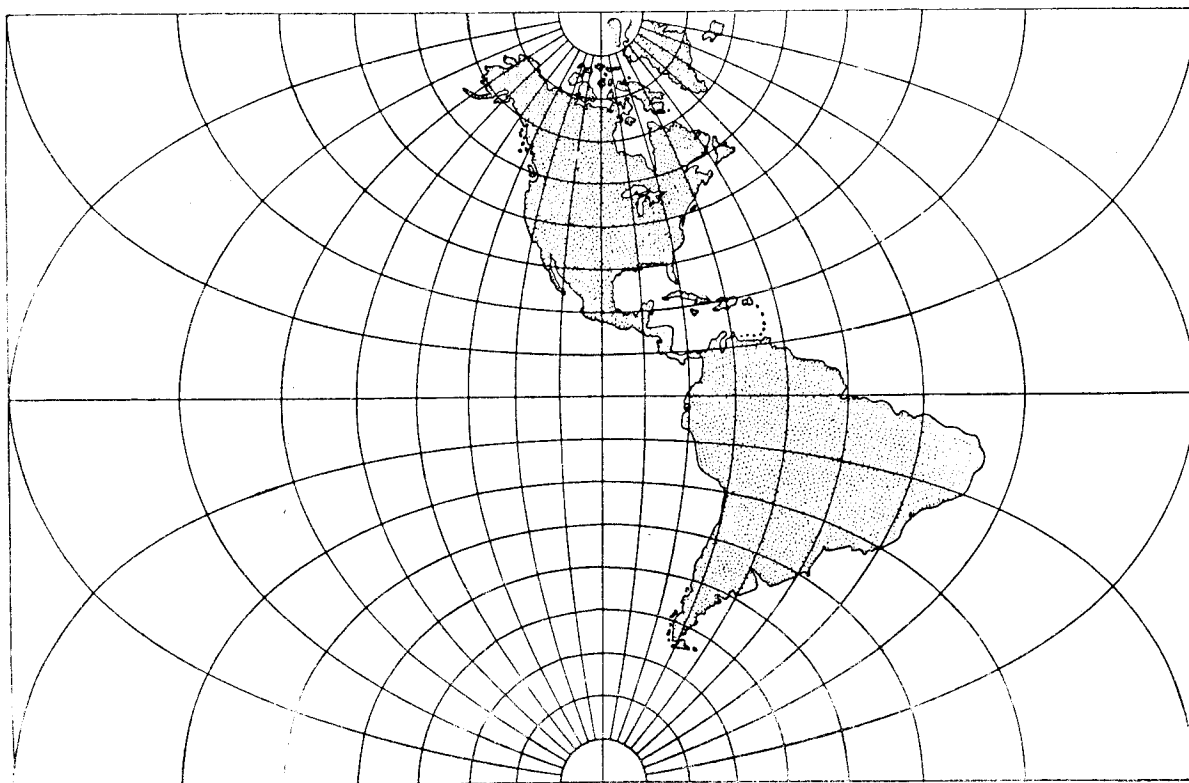


Fig 27 Transversal Mercatorprojektion

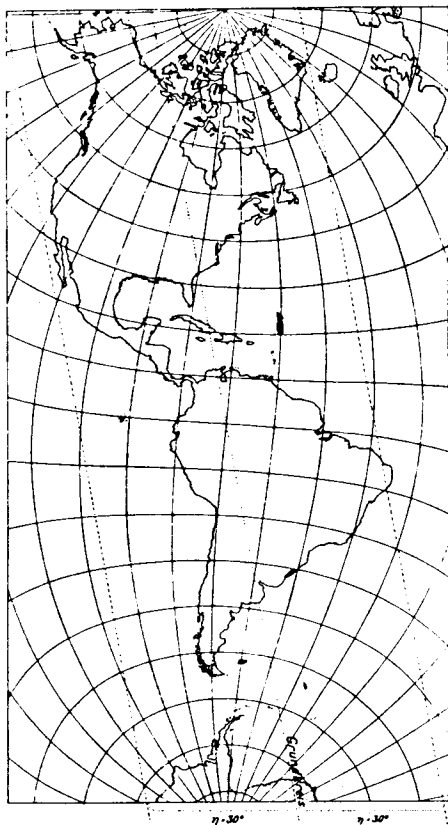


Fig 28. Snedaxlig rektangulär plattkarta. Cylinderaxel skär sfären i  $\phi_0 = 15^\circ$ ,  $\lambda_0 = 20^\circ$

$$x = R \cdot (90 - \delta')$$

$$y = R \cdot \sqrt{\cos 30^\circ} \cdot \lambda'$$

I allmänhet kräver konstruktionen av snedaxliga projektioner mycket räknearbete. Undantaget är den stereografiska projektionen (konform asimutal), som kan konstrueras helt grafiskt med linjal, passare och gradskiva, såsom det framgår av fig 29:

Sfären NAST orienteras så att tangenten i tangeringspunkten T ( $\phi = \phi_0$ ,  $\lambda = \lambda_0$ ) blir en vertikal rät linje. Från T:s antipod A dras rätta linjer AN och AS, vilkas förlängningar skär tangenten i  $N^1$  resp  $S^1$ . Dessa punkter är avbildningar av nord- resp sydpolen. Mittnormalen  $B^1B^1$  till  $N^1S^1$  är orten till centra för de cirkelbågar som avbildar meridianerna.  $B^1B^1$  är dessutom bilden av parallellcirkeln  $-\phi_0$ . Eftersom avbildningen är konform bildar meridianen ( $\lambda - \lambda_0$ ) vinkeln ( $\lambda - \lambda_0$ ) med linjen  $N^1S^1$ . Därför ritas från  $N^1$  en linje som bildar ( $\lambda - \lambda_0$ ):s komplementvinkel med  $N^1S^1$ . Linjens skärning med  $B^1B^1$  ger mittpunkten till cirkelbågen som avbildar meridianen ( $\lambda - \lambda_0$ ).

Skärningspunkterna mellan  $N^1S^1$  och de två räta linjerna från A genom parallellens resp ändpunkter ger diametern till denna parallells bild. Bilderna blir icke-koncentriska cirklar.

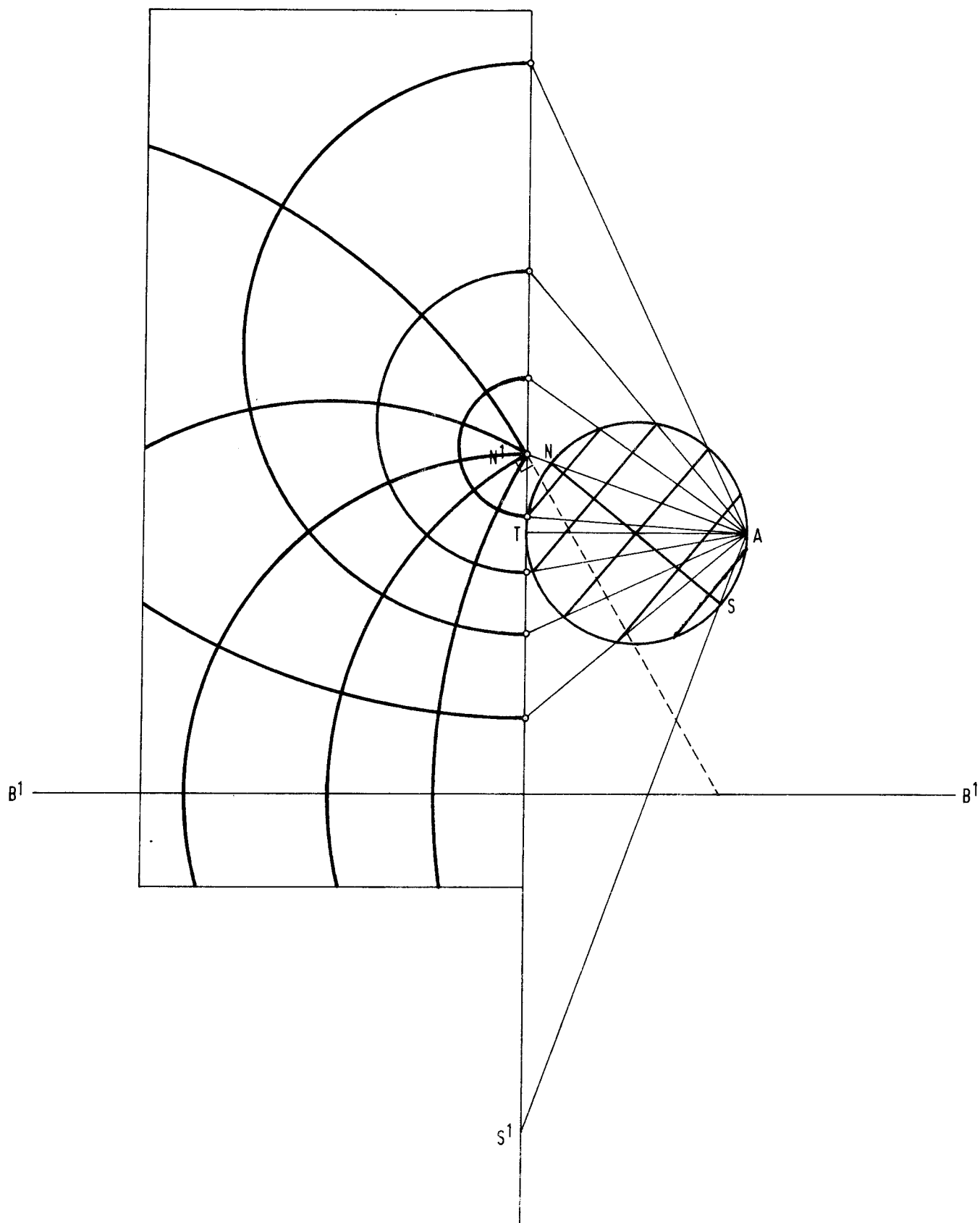


Fig. 29

### Avsnitt 7. Konventionella projektioner

De tidigare behandlade asimutala, koniska och cylindriska projektionerna var antingen perspektiviska (gnomonisk, stereografisk, ortografisk) eller halv-perspektiviska. De kallas gemensamt även äkta projektioner. Karaktäristiskt för dessa var rätvinklighet mellan parallellernas och meridianernas bilder (vid normala projektioner).

De konventionella projektionerna har generellt inte dessa egenskaper. Vinkelriktighet förekommer inte vid konventionella projektioner, medan många är ytriktiga.

Även de konventionella projektionerna kan indelas i tre klasser:

- |                             |                                 |
|-----------------------------|---------------------------------|
| a) Asimutala (transversala) | 1) Globularprojektion           |
|                             | 2) van der Grintens projektion  |
|                             | 3) Hammers planisfär            |
| b) Koniska (normala)        | 1) Polykonisk projektion        |
|                             | 2) Internationella världskartan |
|                             | 3) Bonnes projektion            |
| c) Cylindriska (normala)    | 1) Sanson-Flamsteeds projektion |
|                             | 2) Mollweides projektion        |
|                             | 3) Eckerts projektioner         |

Denna indelning grundar sig på en viss släktskap mellan motsvarande äkta och konventionella projektioner. T ex är Hammers planisfär härledd ur transversal ytriktig asimutal projektion, och i alla konventionella cylindriska projektioner avbildas paralleller som räta linjer.

Anm. I de förekommande formlerna avses med  $\lambda$  longitudskillnaden mellan mittmeridianen och meridianen ifråga.

a 1. Globularprojektion

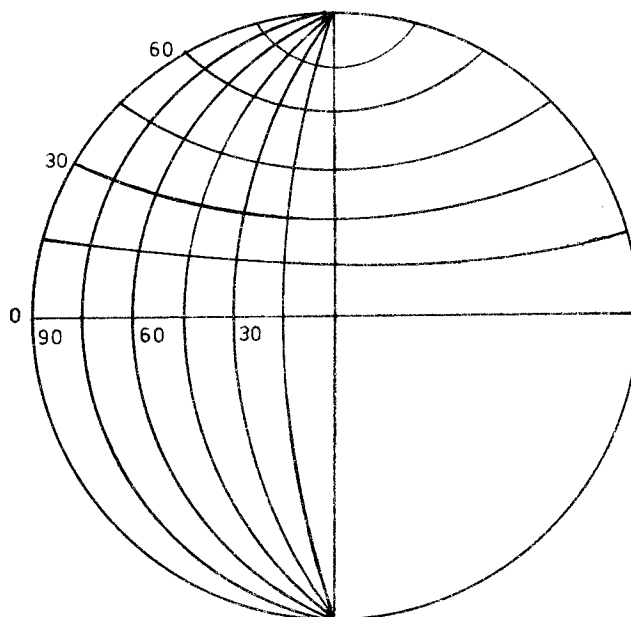


Fig 30

Alla paralleller avbildas som cirkelbågar som skär mittmeridianen och begränsningscirkeln i lika delar. Alla meridianer avbildas som cirkelbågar, vilka går genom polerna och skär ekvatorn i lika delar. Projektionen visas i fig 30.

a 2. van der Grintens projektion (cirkulär bild av hela sfären)

Teorin för denna projektion är rätt omständlig, men konstruktionen är tämligen enkel (se fig 31).

- 1) Ekvatorn PQ delas i  $360^{\circ}$
- 2) Meridianer ritas som cirkelbågar genom N, S och motsvarande punkter på ekvatorn
- 3) Medelmeridianen NS delas i  $180^{\circ}$
- 4) Parallellen (här  $60^{\circ}$ ) konstrueras på följande sätt

Drag linjen AB parallellt med ekvatorn PQ

Linjen AQ skär medelmeridianen NS i E

Linjen NP skär AB i C

Linjen CQ skär NS i D

Drag linjen FG genom D parallellt med ekvatorn PQ

Parallellen  $60^{\circ}$  avbildas såsom cirkelbåge genom punkterna FEG

Projektionen visas i fig 32.



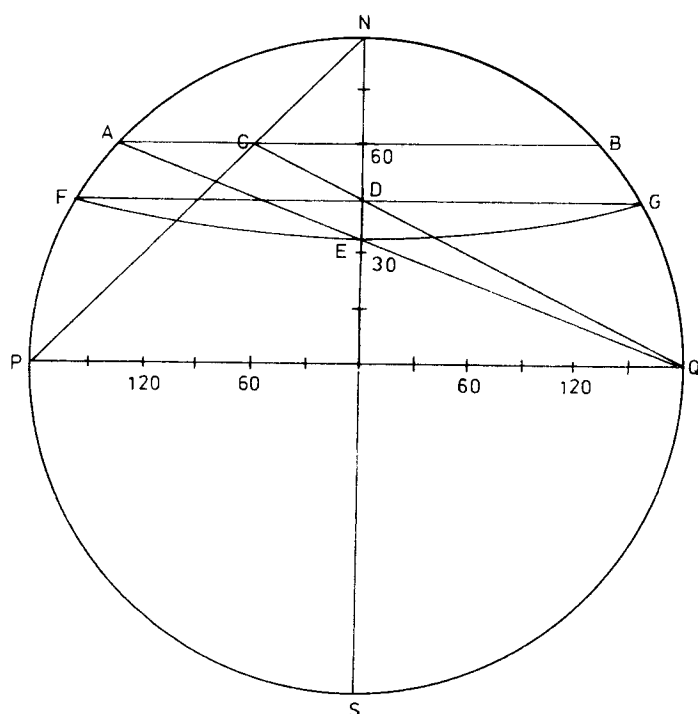


Fig 31

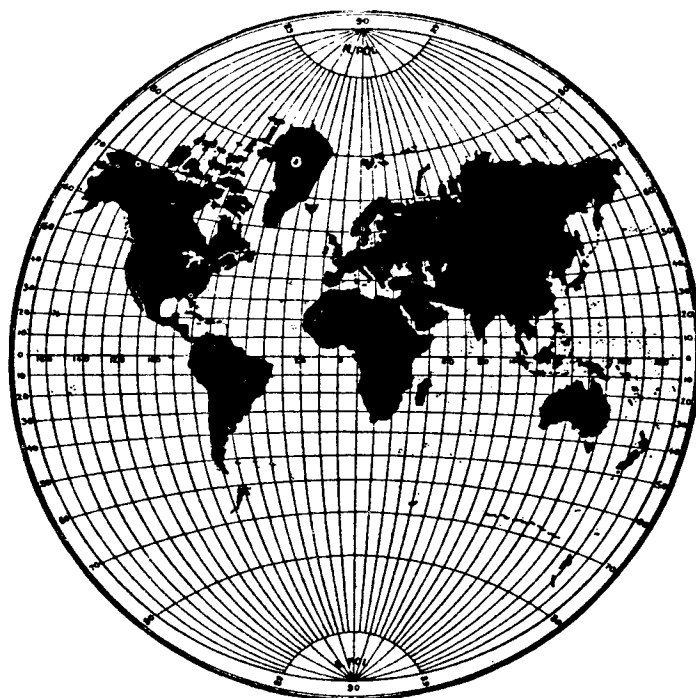


Fig 32

a 3. Hammers planisfär  $x = 2 \sin \frac{\delta}{2} \cos \alpha$   $y = 4 \sin \frac{\delta}{2} \sin \alpha$   
 $\cos \delta = \cos \frac{\lambda}{2} \cos \phi$   $\cos \alpha = \frac{\sin \phi}{\sin \phi}$

Man utgår från Lamberts ytriktiga transversala asimutala projektion omfattande en jordhalva. Alla y-kordinater multipliceras med två och åsättes dubbla longitudvärden. Resultatet blir en ellipsformad projektion av hela jordklotet. Projektionen visas på fig 33.

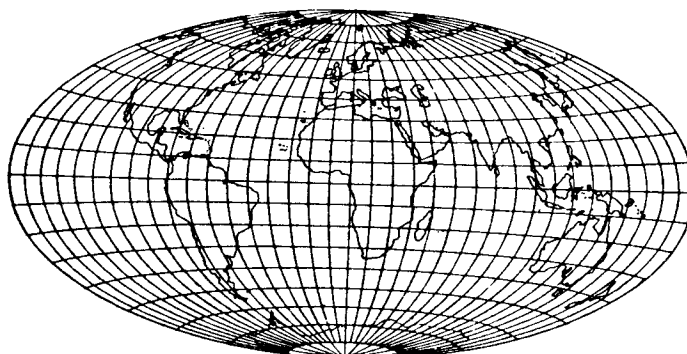


Fig 33

Om man förfar på analogt sätt med transversal mittavståndsriktig asimutalprojektion erhålles Aitoffs projektion.

### b 1. Polykonisk projektion

I den polykoniska normala projektionen avbildas varje parallell längdriktigt genom en tangentkon, dvs

$$m = R \cot \phi$$

Mittmeridianen indelas längdriktigt i  $180^\circ$ . Från dessa punkter avsättes mot polen  $m = R \cot \phi$ , därefter utritas och indelas parallellcirkelbågar längdriktigt. Meridianer blir kurvor genom de sålunda avsatta delningspunkterna på parallellerna. Fig 34 visar hela sfären i polykonisk projektion. Projektionen är lämplig för långsmala områden i nord-sydlig riktning, projektionsfelen växer med kvadraten på avståndet från mittmeridianen

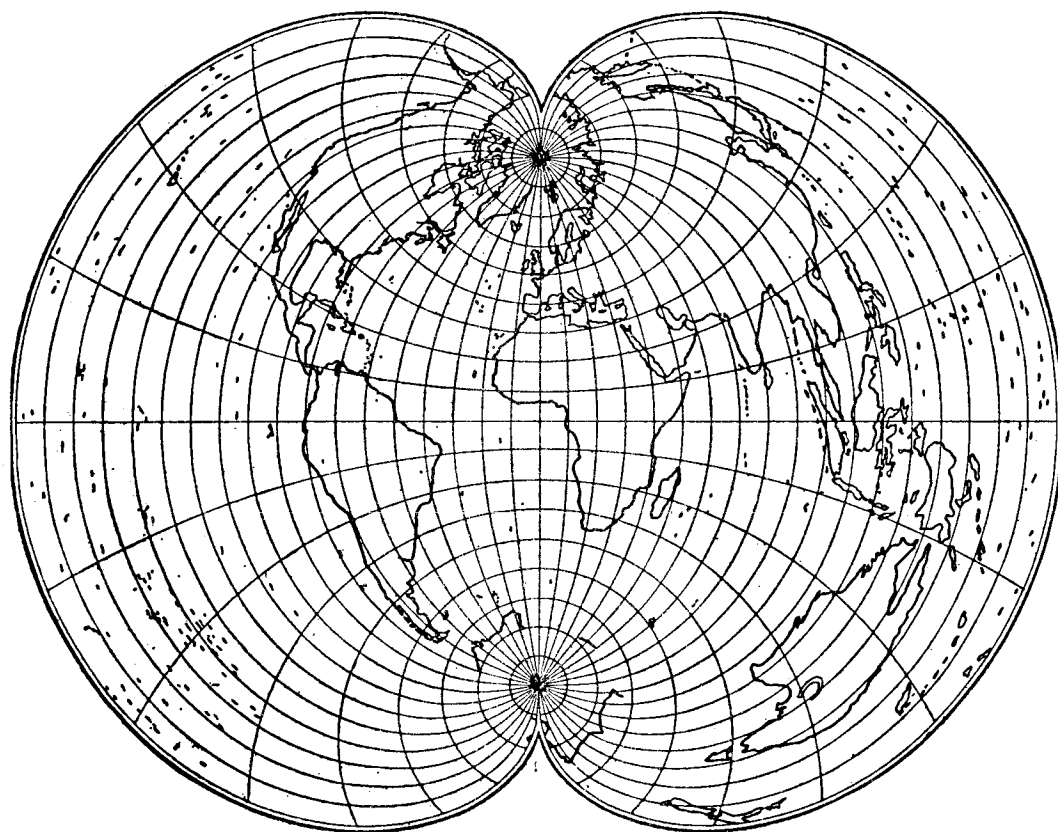


Fig 34

## b 2. Internationella världskartan

Den internationella världskartan i skalan 1:1 miljon påbörjades 1913. Bladen är gradblad med utsträckningen  $6^\circ$  i longitud och  $4^\circ$  i latitud. Ett blad anges med sin latitudzonbokstav från ekvatorn räknat upp till  $88^\circ$ , dvs A, B ... , . Meridianzonerna anges med sina nummer, med början från  $180^\circ$  väst om Greenwich (dvs zon 1 har mittmeridian  $177^\circ$  V). Luleåbladet har beteckningen N.Q - 34, där N anger, att bladet ligger på norra halvklotet.

Projektionen har följande egenskaper:

- 1) Gränsparallellerna  $\phi_1$  och  $\phi_2$  konstrueras som cirkelbågar med radierna  $N_1 \cot \phi_1$  och  $N_2 \cot \phi_2$  (hänsyn toges till ellipsoiden,  $N =$  tvärkrökningens radie). Dessa gränsparalleller görs längdriktiga.
- 2) Alla meridianer är räta linjer
- 3) Avståndet mellan ytterparallellernas skärningar med mittmeridianen bestäms så att meridianerna  $\lambda = \pm 2^\circ$  blir längdriktiga
- 4) Övriga paralleller dras med radierna  $N_i \cot \phi_i$  och placeras så att de skär meridianerna  $\lambda = \pm 2^\circ$  i längdriktiga delar

Dessa egenskaper medför att till varje blad kan utan glapp tillfogas dess fyra grannblad. För de resterande fyra bladen av ett block på nio blad - hörnbladen - blir det dock kilformade öppningar av storleksordning en kvarts millimeter. Jfr fig 35!

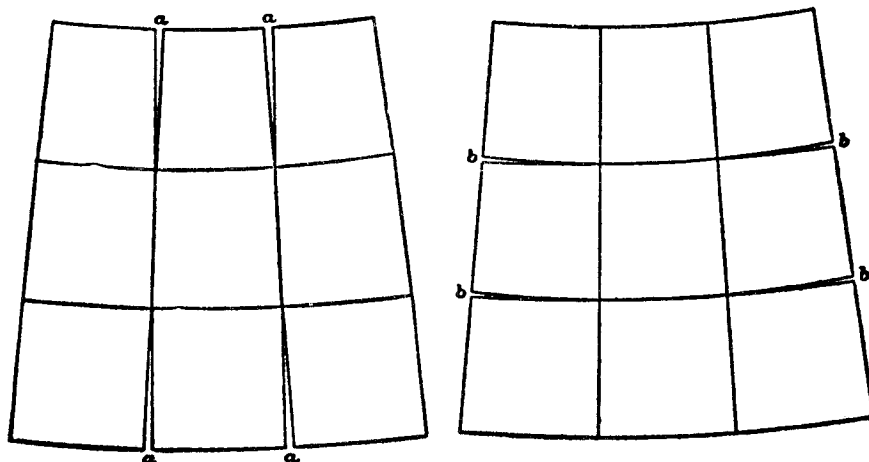


Fig 35

b 3. Bonnes projektion

$$m = R(\operatorname{tg} \delta_0 + \delta - \delta_0)$$

$$\alpha = \frac{R \cdot \lambda \sin \delta}{m}$$

Mittparallellen (med ko-latitud  $\delta_0$ ) avbildas som en längdriktig cirkelbåge med radie  $m_0 = R \operatorname{tg} \delta_0$ . Övriga paralleller är med mittparallellen koncentriska cirkelbågar, som skär mittmeridianen så att avstånden blir längdriktiga längs denna. Polen avbildas som en punkt på mittmeridianen, på avståndet  $R(\operatorname{tg} \delta_0 - \delta_0)$  från origo. Meridianerna avbildas som kurvor genom de längdriktigt avsatta delningspunkterna på parallellerna. Projektionen är ytriaktig. Se fig 36!

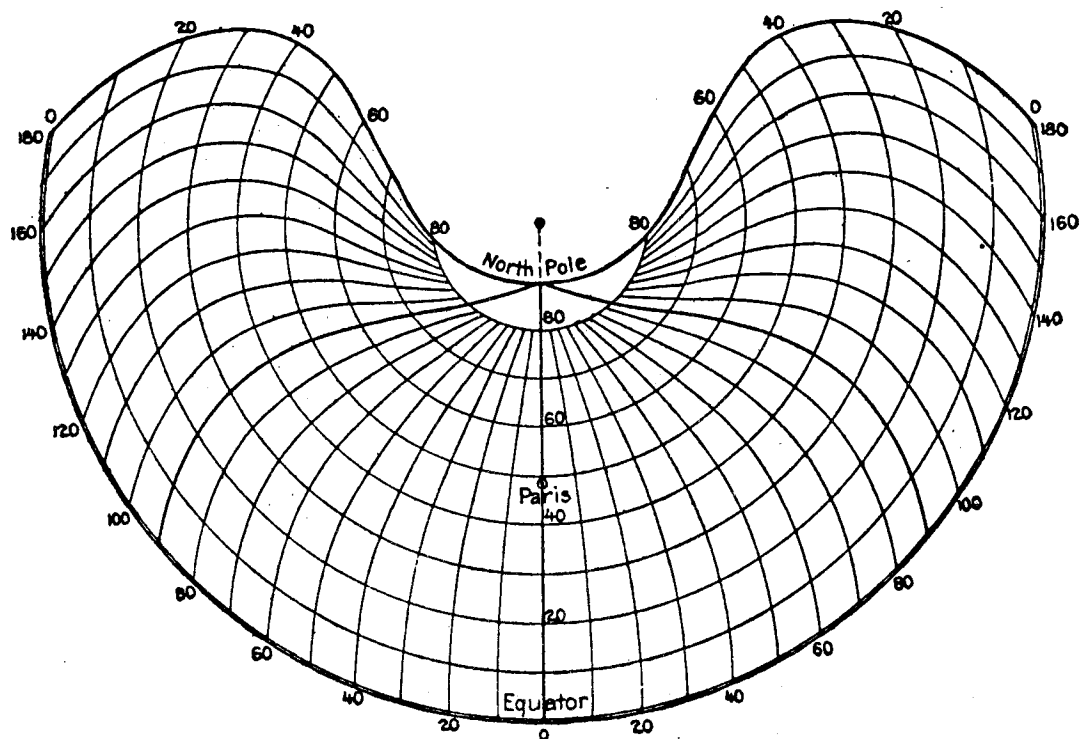


Fig 36  $\delta_0 = 45^\circ$

Rätvinkligheten försvinner och projektionen ger stora vinkelförvriddningar då man avlägsnar sig från mittmeridianen: den kan knappast användas för  $\lambda > 60^\circ$ .

Ett specialfall av Bonnes projektion, då  $\delta_0 = 0$ , är den långt tidigare konstruerade Stab-Werners projektion. De koncentriska parallellcirkelnas mittpunkt sammanfaller här med polen. Fullbordas projektionen för hela jordytan blir kartbilden hjärtformig, se fig 37. Projektionen är dessutom avståndsriktig från polen, längs parallellcirkelnas radier.

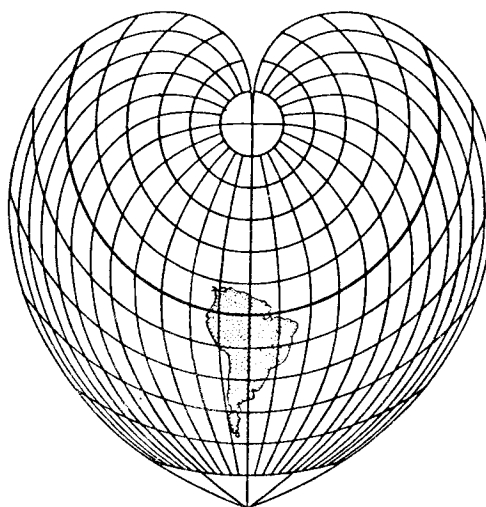


Fig 37

c 1. Sanson-Flamsteeds projektion  $x = R \phi$   $y = R\lambda \cos \phi$

Denna projektion är härledd ur den kvadratiska plattkartan, där dock parallellcirkarna har blivit längdriktigt indelade. Meridianer erhålles genom att man sammanbinder alla på detta sätt utsatta, till samma meridian hörande punkter. De blir avbildade som cosinus-kurvor. Se fig 38. Projektionen är yt-riktig.

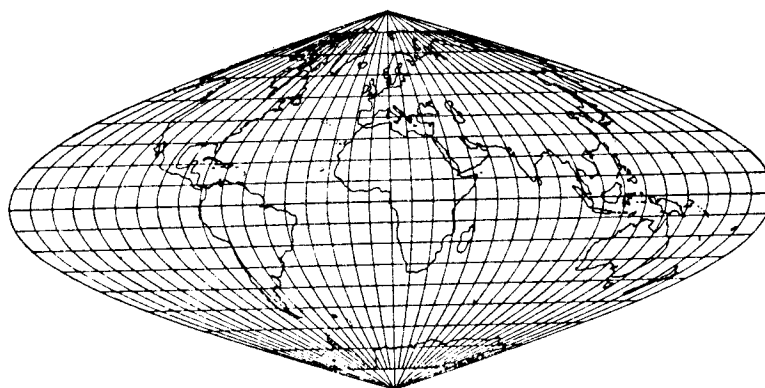


Fig 38

c 2. Mollweides projektion  $x = R \sqrt{2} \sin \psi$   $y = R\lambda \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cos \psi$

$$2 \psi + \sin 2 \psi = \pi \sin \phi$$

Liksom i den föregående projektionen utgöres parallellcirkarna samt mittmeridianen av rätta linjer. Meridianen  $\lambda = \pm 90^\circ$  avbildas som en cirkel med ytan  $2 \pi R^2$ . (= ytan av halva sfären), cirkelns radie blir således  $r = R \sqrt{2}$ . Ekvatorns längd göres  $4r$  och indelas proportionellt mot  $\lambda$ . Därefter utritas meridianer som ellipsbågar genom polerna och resp punkter på ekvatorn. Slutligen ritas parallellcirklar som rätta linjer vinkelrätt mot mittmeridianen enligt  $x = R \sqrt{2} \sin \psi$ . Projektionen är yt-riktig. Se fig 39.

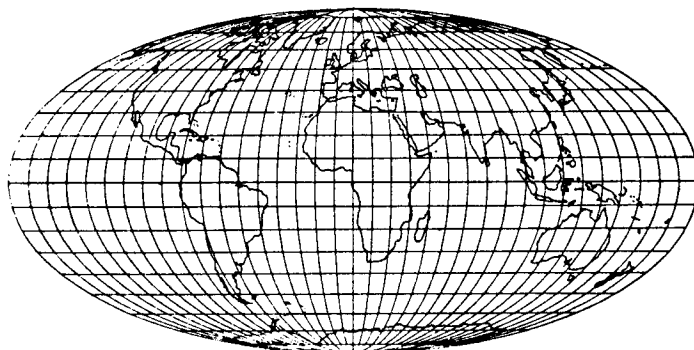


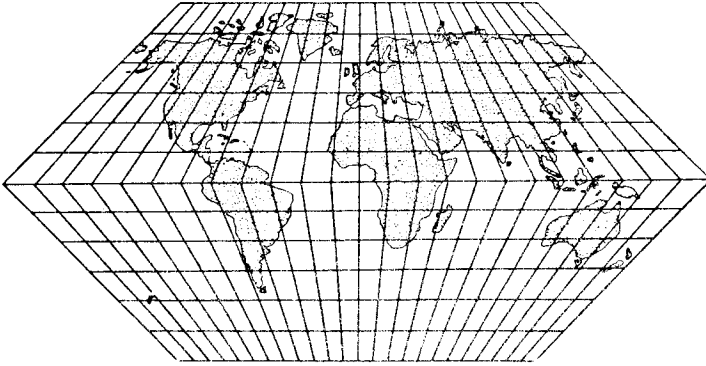
Fig 39

### c 3. Eckerts 6 projektioner

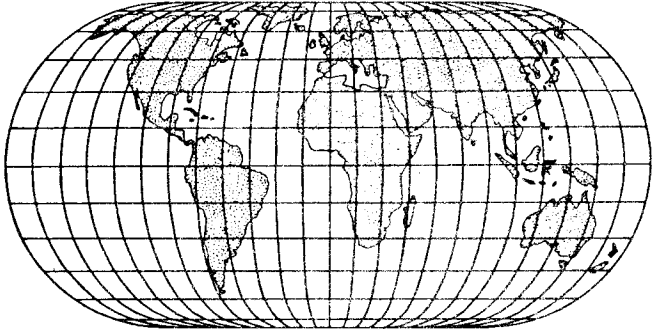
Dessa har alla ekvatorn =  $4a$  och mittmeridianen =  $2a$ . Polen avbildas som en rät linje med längden  $2a$  ( $a$  är en konstant vars värde beror på projektionen). Paralleller avbildas alltid som rätta linjer, vinkelräta mot mittmeridianen, medan meridianer avbildas som

- 1) rätta linjer med en brytpunkt på ekvatorn (I och II)
- 2) ellipsbågar, med meridianer  $\pm 180^\circ$  som halvcirklar med radien  $a$ , (III och IV)
- 3) cosinuskurvor (V och VI)

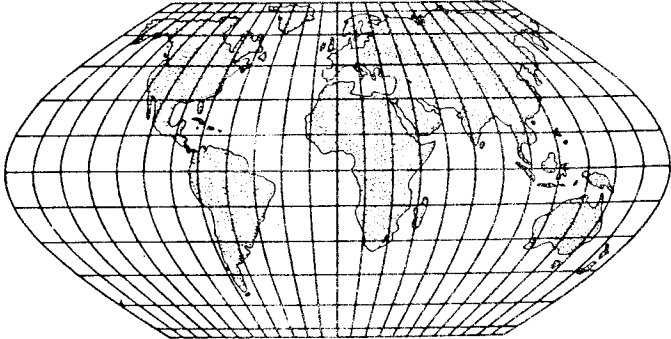
Parallellerna indelas proportionellt mot longituderna. Parallellerna utsättes lika långt från varandra (I, III och V) eller avstånden uträknas så att ytriktighet erhålles (II, IV och VI). Beräkningsformlerna återfinnes i Tengström eller Wagner. Fig 40 visar Eckerts projektioner I, IV och VI.



Eckert I



Eckert IV



Eckert VI

Fig. 10



## KAPITEL III. ELLIPSOIDENS KONFORMA AVBILDNING I PLANET

Avsnitt 1. Inledning

För kartorna i skalan 1:1 milj och större, t ex 1:100 000, 1:50 000 etc, utgörs referensytan av en ellipsoid, och inte en sfär. Dessa kartor är nästan uteslutande utförda i konform projektion. Kartorna användes i stor utsträckning till kvantitativa mätningar, t ex att bestämma avstånd och asimut mellan två punkter. För icke-konforma avbildningar är skalan inte enbart ortsberoende utan även asimutberoende, dvs i en och samma punkt är skalan beroende av i vilken asimut mätningen utföres. Detta gör att det blir hart när omöjligt att ur ett avstånd erhållet ur en icke-konform karta beräkna det verkliga avståndet. Motsvarande svårighet uppstår vid bestämning av asimuten: icke-konforma kartor är ju behäftade med vinkelförvridningar.

I fortsättningen behandlas därför enbart konforma projektioner, varvid särskilt beaktas de två ovannämnda problemen: att med hjälp av kartan få fram det verkliga avståndet och den verkliga asimuten mellan två punkter. Jfr fig 42. De projektioner som genomgås är: normal Mercatorprojektion, normal konisk projektion, normal stereografisk projektion och Gauss konforma projektion (transversal Mercatorprojektion).

Avsnitt 2. Några karaktäristiska definitioner för och egen-  
skaper hos konforma projektioner

För att bedöma felen hos projektioner brukar man beräkna värden för vissa storheter. Till dessa storheter har man här valt skalan, förstöringsfaktorn, riktningssreduktionen och segmenthöjden. Dessa begrepp definieras härneda:

En rät linje som sammanbinder två punkter i projektionsplanet kallas en korda. Den är inte identisk med geodetiska linjens bild mellan punkterna, vilken i allmänhet blir en krökt linje. Se fig 42!

Funktionsvärden i kordans begynnelsepunkt indiceras med 1, i dess ändpunkt med 2, och i kordans mittpunkt med m. Index 3 hänför sig till värden som gäller för en punkt på kordan belägen en tredjedel av kordans längd från begynnelsepunkten.

Med skalan i en punkt förstås förhållandet  $\frac{dS}{ds}$ , där ds = linjeelement på ellipsoiden och dS = motsvarande linjeelement i projektionen. Skalan betecknas med k.

Förhållandet mellan kordans längd D i planet och avståndet s på ellipsoiden kallas förstoringsfaktor. Den kan beräknas enligt trepunktsformeln

$$D : s = (k_1 + 4k_m + k_2) \cdot 6 \quad (1)$$

En geodetisk linje på ellipsoiden avbildas som en krökt linje i planet. Med en linjes krökning förstås förhållandet  $\frac{d\epsilon}{ds}$  (se fig 41). Krökningen av geodetiska linjens bild betecknas med  $\Gamma$ .

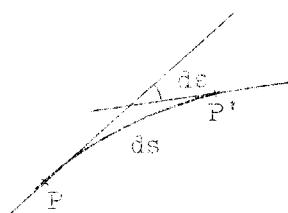


Fig 41

Vinkeln från geodetiska linjens bild till kordan (jfr fig 42) kallas riktningsreduktion och betecknas med  $t$ . Den beräknas enligt formeln

$$t = \frac{1}{2} \Gamma_1 D + \frac{1}{6} \Gamma_1' D^2 \quad (2)$$

där  $\Gamma_1'$  är derivatan av krökningen med avseende på båglängden. (2) kan ersättas med

$$t = \frac{1}{2} \Gamma_3 D \quad (2 a)$$

Avståndet mellan kordan och geodetiska linjens bild i kordans mittpunkt kallas segmenthöjden och betecknas med  $H$ . Den beräknas enligt

$$H = \frac{1}{8} \Gamma_1 D^2 + \frac{1}{16} \Gamma_2' D^3 \quad (3)$$

eller

$$H = \frac{1}{8} \Gamma_m D^2 \quad (3 a)$$

Om approximationen  $\Gamma_3 = \Gamma_m$  är tillämplig, gäller

$$H = \frac{1}{4} t \cdot D$$

OBS! att i (2) och (3) är  $D =$  kordans längd i planet.

I  $\Gamma$  ingår alltid termen  $\sin A$ .  $A$  (se fig 42) beräknas enligt

$$A_1 = Rv + c_1 - t_a$$

$$A_m = Rv + c_m$$

$$A_3 = Rv + c_3 - \frac{1}{3} t_a$$

där  $t_a$  är ett närmevärde till  $t$ .

Dessa formler vidareutvecklas vid resp projektioner och meddelas ibland som serieutvecklingar varvid storleksordning för korrek-tions termen anges. Formlerna för  $s - D$  tillåter i allmänhet beräkningen på millimetern när, för  $t$  på centesimalsekunden när. Vid överslagsberäkningar räcker det med att använda endast huvudtermen, varvid man ofta även kan bortse från indiceringen, t ex använda  $\Gamma_1$  i stället för  $\Gamma_3$ .

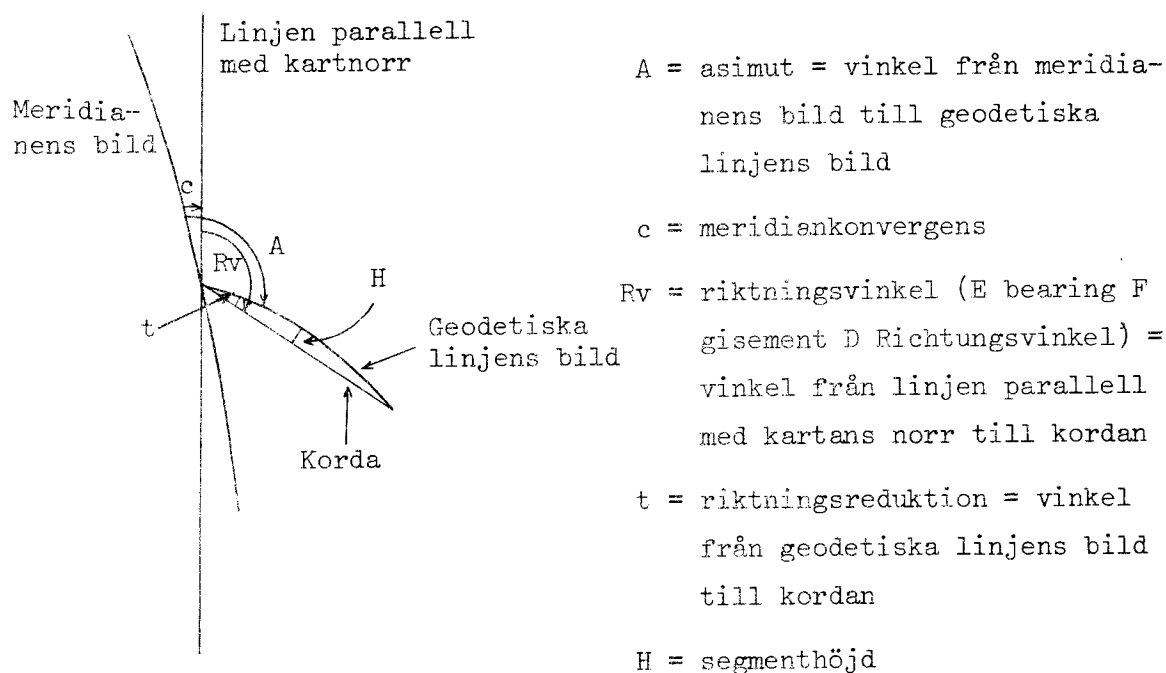


Fig 42

Obs! att  $Rv = A - c + t$

Linjerna som i planet sammanbinder punkter med en och samma skala kallas isometrar. Genom varje punkt går en och endast en isometer. Det finns alltid en isometer längs vilken skalan har sitt minimumvärde<sup>1)</sup>. På denna linje är  $t = 0$  och  $H = 0$ ; oftast låter man skalan längs denna isometer vara lika med ett (se dock anm 1 nedan). I linjens omgivning är avbildningen således felfri.

<sup>1)</sup> Detta innebär att skalans första derivata är noll där. I närheten av denna linje ändrar sig skalan därför mycket långsamt.

Linjen heter på franska "isomètre centrale et stationnaire". Den svenska motsvarigheten kunde lyda "centrallinje", eller också "medelparallell" resp "medelmeridian" vid normal resp transversal projektion. Vid asimutala projektioner degenererar linjen till en punkt. Geodetiska linjens bild vänder alltid sin konkava sida mot centrallinjen resp centralpunkten.

Anm 1. I stället för att ha skalan  $k = 1,0$  längs centrallinjen och skalan  $k = k_{\max}$  vid områdets periferi, kan hela avbildningen multipliceras med en skalreduktionsfaktor  $k_0$ , dvs längs centrallinjen väljes skalan  $k = k_0$  och vid yttergränsen  $k = k_0 \cdot k_{\max}$ . Därvid erhåller två isometrar skalan  $k = 1,0$ . Dessa isometrar saknar dock centrallinjens övriga värdefulla egenskaper (dvs  $t = 0$ ,  $H = 0$  och den långsamma skaländringen). Sådant projektion kallas ofta "skärande", vilket dock kan ge upphov till missförstånd, jfr s 39.

Anm 2. För att bilda någon uppfattning om projektfelens storlek anges i fortsättningen numeriska värden för

- |    |                       |       |
|----|-----------------------|-------|
| 1) | skalan i ändpunkterna | $k$   |
| 2) | förstoringsfaktor     | $D:s$ |
| 3) | riktningsreduktion    | $t$   |
| 4) | segmenthöjd           | $H$   |

hos en 200 km lång linje i den riktning där dessa fel är störst. Detta innebär att vid Mercators (avsnitt 4), Lamberts (avsnitt 5) och stereografisk (avsnitt 6) projektion börjar och slutar linjen på en och samma latitud  $\phi_1 = \phi_2$  (dess mittpunkts latitud  $\phi_c$  är något större). Vid Gauss projektion (avsnitt 7) är linjens begynnelse- och slutpunkt på lika avstånd från medelmeridianen.

### Avsnitt 3. Konform projektion från ellipsoid till sfär

Projektioner från ellipsoid till plan kan utföras i två steg:

- 1) från ellipsoid till sfär
- 2) från sfär till plan

Steg 2 är genomgången i kapitel II. I de följande avsnitten är beräkningsgången dock inte strikt uppdelad i dessa två steg.

Betecknas latituden på sfären med  $\phi^*$  (isometrisk latitud) och sfärens radie med  $R$ , blir (jfr sid 23)

$$h = \frac{R \, d\phi^*}{M \, d\phi} \quad , \quad k = \frac{R \cos \phi^*}{N \cos \phi}$$

och konform projektion  $h = k$  ger

$$\frac{d\phi^*}{\cos \phi^*} = \frac{M \, d\phi}{N \cos \phi}$$

Integralen av vänstra ledet är  $\ln \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\phi^*}{2} \right)$ . Integreringen av högra ledet är något besvärligare. Eftersom uttrycket förekommer i flera projektioners avbildningslagar, utföres beräkningen härnedan.

$$\begin{aligned} \frac{M \, d\phi}{N \cos \phi} &= \frac{a(1 - e^2)d\phi}{W^3} : \left( \frac{a}{W} \cos \phi \right) = \frac{(1 - e^2) \, d\phi}{(1 - e^2 \sin^2 \phi) \cos \phi} = \\ &= \frac{(1 - e^2) \cos \phi \, d\phi}{(1 - e^2 \sin^2 \phi) \cos^2 \phi} = \frac{(1 - e^2) \cos \phi \, d\phi}{(1 - e^2 \sin^2 \phi) (1 - \sin^2 \phi)} \end{aligned}$$

Substitutionen  $\sin \phi = t$ ,  $\cos \phi \, d\phi = dt$  ger

$$\begin{aligned} \frac{M \, d\phi}{N \cos \phi} &= \frac{(1 - e^2) \, dt}{(1 - e^2 t^2)(1 - t^2)} = - \frac{e^2 \, dt}{2(1 + et)} - \frac{e^2 \, dt}{2(1 - et)} + \\ &+ \frac{dt}{2(1 + t)} + \frac{dt}{2(1 - t)} \end{aligned}$$

Integreringen ger

$$\int \frac{M d\phi}{N \cos \phi} = -\frac{e}{2} \ln(1 + et) + \frac{e}{2} \ln(1 - et) + \frac{1}{2} \ln(1 + t) - \frac{1}{2} \ln(1 - t) = \ln \left( \frac{1 - e \sin \phi}{1 + e \sin \phi} \right)^{\frac{e}{2}} + \ln \left( \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \right)^{\frac{1}{2}}$$

och slutligen

$$\int \frac{M d\phi}{N \cos \phi} = \ln \left\{ \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) \left( \frac{1 - e \sin \phi}{1 + e \sin \phi} \right)^{\frac{e}{2}} \right\} + C$$

Avbildningslagen blir således, eftersom  $\phi = 0 \rightarrow \phi^* = 0$ ,

$$\operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\phi^*}{2} \right) = \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) \left( \frac{1 - e \sin \phi}{1 + e \sin \phi} \right)^{\frac{e}{2}} \quad (4)$$

Serieutvecklingen av (4) ger

$$\phi - \phi^* = \sin \phi \cos \phi (A + B \sin^2 \phi + C \sin^4 \phi + D \sin^6 \phi) \quad (4 a)$$

$$\phi - \phi^* = \sin \phi^* \cos \phi^* (A^* + B^* \sin^2 \phi^* + C^* \sin^4 \phi^* + D^* \sin^6 \phi^*) \quad (4 b)$$

För koefficienterna A, B, ..., D\* gäller nedanstående tabell

		I sexagesimala sekunder	
		Bessel	Internationell
A	$e^2$	1376,68809	1386,65023
B	$\frac{1}{6} (5 e^4 - e^6)$	7,64689	7,75788
C	$\frac{1}{120} (104 e^6 - 45 e^8)$	0,05300	0,05415
D	$\frac{1}{1260} (1237 e^8)$	0,00040	0,00041
A*	$(e^2 + e^4 + e^6 + e^8)$	1385,93836	1396,03531
B*	$-\frac{1}{6} (7 e^4 + 17 e^6 + 30 e^8)$	- 10,89576	- 11,05532
C*	$\frac{1}{120} (224 e^6 + 889 e^8)$	0,11751	0,12010
D*	$-\frac{1}{1260} (4279 e^8)$	- 0,00139	- 0,00143

Longituden på sfären blir densamma som på ellipsoiden. Sfärens radie sättes lika med ellipsoidens halva storaxel, dvs  $R = a$ .

Då blir skalan

$$k = \frac{a \cos \phi^*}{N \cos \phi} = W (1 + E_2 \sin^2 \phi + E_4 \sin^4 \phi + E_6 \sin^6 \phi + E_8 \sin^8 \phi) \sim 1 + \frac{e^2}{2} \sin^2 \phi \quad (5)$$

Uttrycken för  $E_i$  och värden för  $E_i \cdot 10^{10}$  anges i nedanstående tabell.  $W^2 = 1 - e^2 \sin^2 \phi$ .

		Bessel	Internationell
$E_2$	$\frac{1}{2} (2 e^2 - e^4)$	66520986	67000729
$E_4$	$\frac{1}{24} (32 e^4 - 28 e^6 + 5 e^8)$	590497	599050
$E_6$	$\frac{1}{90} (168 e^6 - 203 e^8)$	5505	5625
$E_8$	$\frac{1}{315} (836 e^8)$	53	54

Krökningen  $\Gamma$  blir

$$\Gamma = \frac{1}{a \cos \phi^*} (\sin \phi - \sin \phi^*) \sin A \sim \frac{\phi - \phi^*}{a} \sin A \quad (6)$$

där  $A$  är linjens asimut.

(5) och (6) insatta i (1), (2), (3) ger förstöringsfaktorn, riktningsreduktionen och segmenthöjden vid denna projektion.

$t$  och  $H$  är tämligen små, medan  $(S-s)$  kan anta ganska stora värden. T ex är för en 1000 km lång linje i öst-väst riktning på latitud  $60^\circ$

$$S - s \sim 2,5 \text{ km}$$

$$t \sim 47''$$

$$H \sim 60 \text{ m}$$



Anm 1. Skillnaden mellan isometrisk latitud  $\phi^*$  och geocentrisk latitud  $\psi$  är mycket liten:

$$\phi^* - \psi = \frac{1}{6} e^4 \sin^3 \phi \cos \phi < 0,5''$$

och därför kan ovanstående konforma projektion av ellipsoiden till sfären, då sfärens radie  $R = a$ , mycket väl approximeras med central perspektivisk projektion av ellipsoiden till sfären.

Anm 2. Konform transformation kan utföras också till sfären med radien avvikande från ellipsoidens halva storaxel. Mycket små projektionsfel erhålles för områden vars radie inte överstiger 1000 km om sfärens radie sättes lika med ellipsoidens medelkrökningsradie  $R = \sqrt{MN}$  i områdets mitt. Då blir emellertid projektionsformeln (4) mera komplicerad och en projektion av hela ellipsoiden kan ej utföras utan revor eller rynkor. Se vidare Driencourt-Laborde IV sid 225 ff Levallois II sid 231 ff eller Baeschlin 1948 sid 246 ff.

Avsnitt 4. Normal Mercatorprojektion

Här är  $h = \frac{dx}{M d\phi}$ ,  $k = \frac{r_0}{N \cos \phi}$  och  $h = k$  ger

$$x = r_0 \ln \left\{ \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) \left( \frac{1 - e \sin \phi}{1 + e \sin \phi} \right)^{\frac{e}{2}} \right\} =$$

$$= r_0 \ln \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\phi^*}{2} \right)$$

$$y = r_0 \lambda$$

$r_0 = k_0 a$ , dvs vid avbildning utan skalreduktionsfaktor är  $r_0$  lika med referensellipsoidens halva storaxel  $a$ . Sättes  $k_0 = N_0 \cos \phi_0$ :  $a$  blir parallellerna  $\pm \phi_0$  längdriktigt avbildade ( $N_0$  är tvärkrökningsradie för  $\phi_0$ , dvs  $N_0 = a : \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi_0}$ )

Denna projektion användes huvudsakligen för sjökort, även de svenska, varvid lämpligt  $\phi_0$  väljes för varje kort. Projektionen avbildar loxodromen som rät linje.

Meridiankonvergensens  $c$  är noll överallt

Vid latituden  $\phi$  är skalan  $k = r_0 : N \cos \phi$

Krökningen  $\Gamma = \sin \phi \sin A : r_0$

$$\Gamma' = \frac{1}{2r_0^2} (1 + e'^2 \cos^4 \phi) \sin 2A \sim \sin 2A : 2r_0^2$$

Förstoringsfaktorn kan beräknas med (1) i avsnitt 2 eller med nedanstående formel som ger  $D$ -s på millimetern när för  $D < 100$  km

$$s - D = \left( \frac{N \cos \phi}{r_0} - 1 \right) D -$$

$$- \frac{D}{24 r_0^2} \cdot \frac{N \cos \phi}{r_0} \{ (x_2 - x_1)^2 (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) + (y_2 - y_1)^2 \sin^2 \phi \}$$

$\phi$  och  $N$  beräknas för kordans mittpunkt. Andra termen är av storleksordningen ( $D^3 : 24 r_0^2$ ).

Riktningsreduktionen blir

$$\text{enl (2)} \quad t = \frac{D \sin A_1}{2r_0} \left( \sin \phi_1 + \frac{D \cos A_1}{3r_0} \right) \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$\text{enl (2a)} \quad t = \frac{D}{2r_0} \sin \phi_3 \sin A_3 \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

Segmenthöjden blir

$$\text{enl (3)} \quad H = \frac{D^2 \sin A_1}{8r_0} \left( \sin \phi_1 + \frac{D \cos A_1}{2r_0} \right)$$

$$\text{enl (3a)} \quad H = \frac{D^2}{8r_0} \sin \phi_m \sin A_m$$

Obs! att med D avses kordans längd i planet.

Nedanstående tabell ger felen för en projektion med  $k_0 = 0,501265$ , dvs där parallellerna  $60^\circ$  avbildas längdriktigt.

Internationell ellipsoid. Jfr avsnitt 2 anm 2.

$\phi$	$\phi_c - \phi$	k	D : s	t	H
$63^\circ$	49.6"	1.10118	1.10135	$1.759^\circ$	1690 m
$60^\circ$	43.8"	1.00000	1.00012	$1.552^\circ$	1552 m
$57^\circ$	38.0"	0.91818	0.91827	$1.380^\circ$	1380 m

Anm. Normal Mercatorprojektion är egentligen ganska ofördelaktig för Sverige. Jämförelse mellan tabellen ovan och tabellen på sidan 75 visar att projektionsfelen t och H är i genomsnitt 10 gånger större vid Mercator än vid Lambert.

### Avsnitt 5. Normal konisk projektion

Denna projektion kallas ofta, i synnerhet i utländsk litteratur, Lamberts konforma projektion.

Här är  $h = -\frac{dm}{M d\phi}$ ,  $k = \frac{nm}{N \cos \phi}$  och  $h = k$  ger

$$m = K \left( \operatorname{tg} \frac{p}{2} \right)^n = K \left\{ \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \left( \frac{1 + e \sin \phi}{1 - e \sin \phi} \right)^{\frac{e}{2}} \right\}^n$$

$$\alpha = n (\lambda - \lambda_0)$$

$$x = x_0 - m \cos \alpha$$

$$y = y_0 + m \sin \alpha$$

där  $p = 90 - \phi^* =$  isometrisk ko-latitud  
 $x_0, y_0 =$  koordinater i planet för polens bild  
 $n =$  konstant  
 $K =$  ekvatorsradie

$n$  och  $K$  bestämmas ur projektionsvillkoren. De flesta projektioner har skalreduktionsfaktorn  $k_0 < 1$ .

De vanligaste villkoren är att två paralleller (standardparalleller) skall avbildas längdriktigt. Dessa två villkor omformuleras på följande sätt:

- 1) skalan längs standardparallell  $\phi_1$  skall vara densamma som längs standardparallell  $\phi_2$
- 2) standardparallell  $\phi_1$  skall avbildas längdriktigt

Första villkoret ger

$$n = \frac{\log N_1 - \log N_2 + \log \cos \phi_1 - \log \cos \phi_2}{\log \operatorname{tg} \frac{p_1}{2} - \log \operatorname{tg} \frac{p_2}{2}}$$

där  $N = \text{tvärkrökningsradie} = a : \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}$

Andra villkoret ger

$$\log K = \log N_1 + \log \cos \phi_1 - \log n - n \log \operatorname{tg} \frac{p_1}{2}$$

Projektionskonen tangerar (eller är parallell med tangentplanet till) ellipsoiden längs parallellen  $\phi_0 = \arcsin n$ . Radien för denna parallells bild blir  $m_0$  och erhålles ur avbildningslagen med  $\phi_0$  som argument. Det är längs och i omedelbar närhet av denna linje som, bortsett från skalan, projektionen är felfri. Skalreduktionsfaktor är

$$k_0 = m_0 \operatorname{tg} \phi_0 : N_0$$

Meridiankonvergenzen  $c = \alpha = n (\lambda - \lambda_0) = \operatorname{arctg} \frac{y - y_0}{x_0 - x}$

Skalan  $k = mn : N \cos \phi$

Krökningen  $\Gamma = (\sin \phi - n) \cdot \sin A : mn$

$$\Gamma' = \frac{1}{2} \frac{1 - n^2}{n^2 m^2} (e'^2 \cos^4 \phi + 1 - n^2) \sin 2A \sim$$

$$\sim \frac{1 - n^2}{2 n^2 m^2} \sin 2A$$

Förstoringsfaktorn kan beräknas med (1) i avsnitt 2 eller med nedanstående formel, som ger  $s - D$  på millimetern när för  $s < 100 \text{ km}$

$$s - D = \left(\frac{1}{k_m} - 1\right) D +$$

$$+ \frac{D^3}{24 N_m^2 k_m^3} \left\{ \frac{(\sin \phi_m - n)(\sin \phi_m - 2n)}{\cos^2 \phi_m} \cos 2A_m - (1 + e'^2 \cos^2 \phi_m) \cos^2 A_m \right\} \quad (7)$$

där  $k_m = m_m n : N_m \cos \phi_m$

Andra termen är av storleksordningen  $(D \cdot 10^{-5})^3$ , dvs  $D^3$  mm om  $D$  är uttryckt i mil.

$\phi_m$  beräknas enligt följande:

$$m_m = \sqrt{(x_m - x_o)^2 + (y_m - y_o)^2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{p}{2} = (m_m : K)^{\frac{1}{n}}$$

$$\phi_m = 90^\circ - p + \sin p \cos p (A^* + B^* \cos^2 p + C^* \cos^4 p)$$

jfr sidan 67

Vanligen finns det tabeller med  $\phi$  som argument och  $m$  som funktion.

Riktningssreduktionen blir

$$\text{enl (2)} \quad t = \frac{D \sin A_1}{2 nm_1} \left\{ (\sin \phi_1 - n) + \frac{D \cos A_1}{3 nm_1} (1 - n^2) \right\} \cdot \frac{648000''}{\pi}$$

$$\text{enl (2a)} \quad t = \frac{D \sin A_3}{2 nm_3} (\sin \phi_3 - n) \cdot \frac{648000''}{\pi}$$

Segmenthöjden blir

$$\text{enl (3)} \quad H = \frac{D^2 \sin A_1}{8 nm_1} \left\{ (\sin \phi_1 - n) + \frac{D \cos A_1}{2 nm_1} (1 - n^2) \right\}$$

$$\text{enl (3a)} \quad H = \frac{D^2 \sin A_3}{8 nm_3} (\sin \phi_3 - n)$$

Aeronautical Navigation Chart (ANC) över Skandinavien i skalan 1:2 miljoner har standardparalleller  $54^{\circ}$  och  $68^{\circ}$ , och projektionen utföres från internationella ellipsoiden. Detta ger

$$n = 0,87685107 \quad \phi_0 = 61^{\circ}26'48,1191''$$

$$K = 11428438 \text{ m} \quad m_0 = 3479994 \text{ m}$$

Härnedan anges projektionsfelen vid vissa latituder. Jfr avsnitt 2 anm 2.

$\phi$	$\phi_c - \phi$	k	D:s	t	H
$71^{\circ}$	73,3"	1,00901	1,00906	681"	166,7 m
$68^{\circ}$	62,5"	1,00000	1,00003	434"	105,3 m
$65^{\circ}$	54,1"	0,99472	0,99473	225"	54,4 m
$\phi_0$	46,1"	0,99252	0,99252	0,5"	0,2 m
$57^{\circ}$	38,9"	0,99515	0,99514	- 225"	- 54,4 m
$54^{\circ}$	34,8"	1,00000	0,99999	- 372"	- 90,2 m
$51^{\circ}$	31,3"	1,00719	1,00717	- 511"	-124,7 m

World Aeronautical Chart (WAC) utges i  $4^{\circ}$  breda zoner, med zongränserna  $80^{\circ} - 76^{\circ}$ ,  $76^{\circ} - 72^{\circ}$ , etc. (Zonen norr om  $80^{\circ}$ N resp söder om  $80^{\circ}$ S utges i normal stereografisk projektion, se nästa avsnitt). Standardparallellerna ligger  $\frac{1}{6}$  av zonbredden (dvs 40') inåt från zongränsen, således  $79^{\circ}20'$  och  $76^{\circ}40'$ ,  $75^{\circ}20'$  och  $72^{\circ}40'$  etc. Internationella ellipsoiden användes.

För de zoner som berör Sverige gäller:

Zonen	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_0$	n	K
52-56	$52^{\circ}40'$	$55^{\circ}20'$	$54^{\circ}00'25''878$	0,80909073	11478264
56-60	$56^{\circ}40'$	$59^{\circ}20'$	$58^{\circ}00'30''039$	0,84812526	11465772
60-64	$60^{\circ}40'$	$63^{\circ}20'$	$62^{\circ}00'35''252$	0,88302782	11528082
64-68	$64^{\circ}40'$	$67^{\circ}20'$	$66^{\circ}00'42''050$	0,91362836	11650803
68-72	$68^{\circ}40'$	$71^{\circ}20'$	$70^{\circ}00'51''397$	0,93977782	11820129

Här ligger skalan mellan 0,99973 och 1,00035; för en 200 km lång linje i öst-väst riktning överstiger riktningsreduktionen inte 2' och segmenthöjden inte 30 meter.

Generalstabskartan, södra verket, i skalan 1:100 000 är också utgiven i konisk konform projektion. Projektionskonstanterna  $n$  och  $K$  uträknades 1817 av Spens dock på något avvikande sätt.

Spens valde projektionskonen så att följande två villkor satisfierades:

- 1 Skalan i Haparanda ( $\phi = 65^{\circ}50'20.4''$ ) har samma värde som i sydligaste Skåne ( $\phi = 55^{\circ}21'19.4''$ )
- 2 Skalans minimivärde i mitten är lika med det inverterade värdet i villkor 1.

För referensellipsoiden använde Spens de av Svanberg publicerade värdena, nämligen

$$\log a = 7,3319909 \text{ fot}$$

vilket ger, om 1 fot = 0,2969010 meter

$$a = 6376797 \text{ m}$$

samt  $f = 1:304,2506$

Ur första villkoret beräknade Spens

$$\log n = 9,9407276 -10$$

vilket ger  $\phi_0 = 60^{\circ}44'29,6''$  1)

Andra villkoret ger

$$\log K = 7,5872532 \text{ fot}$$

$$K = 11477964 \text{ meter}$$

1) Med de givna data blir egentligen  $\log n = 9,94072828 -10$  och  $\phi_0 = 60^{\circ}44'30,2''$ , men det ovan angivna värdet är begagnat vid tabellernas beräkning.



Skalreduktionsfaktor blir därmed  $k_0 = 0,997903542$ . Två paralleller,  $\phi_1 \sim 56^\circ 58'$  och  $\phi_2 \sim 64^\circ 23'$  blir längdriktigt avbildade.

Projektionen var tänkt att gälla hela Sverige och Norge, men har kommit till användning endast för Sverige upp till latituden  $61^\circ 40'$ . Se vidare kap IV avsnitt 5.

Här nedan ges en tabell över projektfelens storlek. Jfr avsnitt 2 anm 2.

$\phi$	$\phi_c - \phi$	k	D:s	t	H
$61^\circ 40'$	46,9"	0,99803	0,99804	53"	13,0 m
$\phi_0$	45,1"	0,99790	0,99790	0"	0,5 m
$59^\circ$	42,1"	0,99836	0,99835	- 95"	- 23,0 m
$56^\circ 58'$	38,9"	0,99999	0,99998	-201"	- 48,8 m
$55^\circ 21'$	36,6"	1,00211	1,00210	-282"	- 68,6 m

Generalstabskartan, norra verket, är beräknad zonvis. För varje zon, som är 30' hög, har en konisk konform projektion med medelparallellen i zonens mitt använts. Detta resulterar i praktiskt taget försvinnande små projektfel, men kartbladen kan utan glapp sammanfogas endast i öst-väst led. Se vidare kap IV avsnitt 6. För projektionen gäller Clarkes jorddimensioner av 1880:

$$a = 6378249,2 \text{ m}$$

$$b = 6356515,0 \text{ m}$$

### Avsnitt 6. Normal stereografisk projektion

Vid projektionen från ellipsoiden är den stereografiska projektionen inte längre rent perspektivisk, ty det första steget - från ellipsoiden till sfären - är inte perspektiviskt, sett från tangeringspunktens antipod. Normal stereografisk projek- tion kan också betraktas som ett gränsfall till den koniska då  $n = 1$ . Därvid blir avbildningslagen

$$x = x_0 - m \cos (\lambda - \lambda_0)$$

$$y = y_0 + m \sin (\lambda - \lambda_0)$$

$$m = K \cdot \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \left( \frac{1 + e \sin \phi}{1 - e \sin \phi} \right)^{\frac{e}{2}} = K \operatorname{tg} \frac{p}{2}$$

$$K = 2 a k_0 (1 + e)^{-\frac{1 + e}{2}} (1 - e)^{-\frac{1 - e}{2}}$$

där  $k_0$  är skalreduktionsfaktor. I övrigt jfr med avbildningslagen i avsnitt 5.

Meridiankonvergensen  $c = \lambda - \lambda_0$

Skalan  $k = m : N \cos \phi$

Krökningen  $\Gamma = (\sin \phi - 1) \sin A : n$

$$\Gamma' = \frac{1}{2 m^2} (e'^2 \cos^4 \phi) \sin 2 A \sim 0$$

Förstoringsfaktorn beräknas med (1) i avsnitt 2 eller (7) i avsnitt 5, varvid man sätter  $n = 1$ .

I stereografisk projektion sammanfaller geodetiska linjens bild mycket nära med en cirkelbåge (jfr s 31, Stereografisk projektion). Således blir  $\Gamma_1 \sim \Gamma_m \sim \Gamma_3$ . Detta framgår även av att  $\Gamma' \sim 0$ . Därför ger (2) och (2a) identiska formler : riktningsreduktionen beräknas som

$$t = \frac{D \sin A_1}{2 m_1} (\sin \phi_1 - 1) \frac{648000''}{\pi}$$

Detsamma gäller (3) och (3a): segmenthöjden blir således

$$H = \frac{D^2 \sin A_1}{8 m_1} (\sin \phi_1 - 1)$$

World Aeronautical Chart (WAC) har polarkalotterna ( $|\phi| > 80^\circ$ ) avbildade i denna projektion. Skalreduktionsfaktorn  $k_o$  är vald så att skalan vid  $80^\circ$  exakt överensstämmer med skalan vid  $80^\circ$  i den koniska projektionen av zonen  $76^\circ - 80^\circ$ . Detta ger

$$k_o = 0,992762049$$

$$K = 12621897,45 \text{ m}$$

Projektionsfelen blir, jfr avsnitt 2 anm 2:

$\phi$	$\psi_c - \phi$	k	D:s	t	H
$86^\circ$	365"	0,99397	0,99393	- 110"	- 26,4 m
$83^\circ$	206"	0,99648	0,99644	- 196"	- 47,2 m
$80^\circ$	143"	1,00036	1,00032	- 281"	- 68,1 m

### Avsnitt 7. Gauss' konforma projektion

Denna projektion kallas även Gauss' hannoverska projektion, Gauss-Krügers projektion eller Transversal Mercatorprojektion. Det bör understrykas att inte heller denna projektion är perspektivisk.

Projektionen är härledd ur följande två villkor:

- 1) projektionen skall vara konform
- 2) en meridian skall avbildas rätlinjigt och längdriktigt (för  $k_0 = 1,0$ )<sup>1)</sup>

Sker avbildningen från sfär till plan blir avbildningslagen

$$\operatorname{tg} \frac{x}{R} = \frac{\operatorname{tg} \phi}{\cos (\lambda - \lambda_0)}$$

$$\operatorname{tgh} \frac{y - y_0}{R} = \cos \phi \sin (\lambda - \lambda_0)$$

där  $\lambda_0$  = longituden för medelmeridianen  
 $y_0$  = y-värde för medelmeridianens bild

Den omvända transformationen blir

$$\sin \phi = \sin \frac{x}{R} : \cosh \frac{y - y_0}{R}$$

$$\operatorname{tg} (\lambda - \lambda_0) = \sinh \frac{y - y_0}{R} : \cos \frac{x}{R}$$

Vid avbildning från ellipsoid till plan blir formlerna mer komplicerade: de har inte längre den slutna formen som ovan, utan serieutveckling måste tillgripas. Formlerna i detta avsnitt härstammar huvudsakligen från Krüger, och de har efter omarbetning för praktiskt bruk millimeternoggrannhet för  $|y - y_0| < 700$  km,  $D < 100$  km.

<sup>1)</sup>Vid Schreiber's Doppelprojektion utförs avbildningen i två steg: ellipsoid-sfär enligt avsnitt 3, sfär-plan med formlerna härnadan. Därvid avbildas medelmeridianens sfäriska bild längdriktigt i planet, inte medelmeridianen själv. Se vidare Levallois II sid 193-198.

För koordinatöversättning gäller:

$$\underline{\phi, \lambda \rightarrow x, y}$$

$$\phi \rightarrow \phi^* \text{ se (4a) i avsnitt 3 s 67}$$

$$\operatorname{tg} \xi' = \operatorname{tg} \phi^* : \cos (\lambda - \lambda_0)$$

$$\operatorname{tgh} \eta' = \cos \phi^* \sin (\lambda - \lambda_0)$$

$$x = k_0 A (\xi' + \beta_1 \sin 2\xi' \cosh 2\eta' + \beta_2 \sin 4\xi' \cosh 4\eta' + \\ + \beta_3 \sin 6\xi' \cosh 6\eta')$$

$$y = y_0 + k_0 A (\eta' + \beta_1 \cos 2\xi' \sinh 2\eta' + \beta_2 \cos 4\xi' \sinh 4\eta' + \\ + \beta_3 \cos 6\xi' \sinh 6\eta')$$

$$\underline{x, y \rightarrow \phi, \lambda}$$

$$\xi = x : k_0 A \quad \eta = (y - y_0) : k_0 A$$

$$\xi' = \xi - \delta_1 \sin 2\xi \cosh 2\eta - \delta_2 \sin 4\xi \cosh 4\eta - \delta_3 \sin 6\xi \cosh 6\eta$$

$$\eta' = \eta - \delta_1 \cos 2\xi \sinh 2\eta - \delta_2 \cos 4\xi \sinh 4\eta - \delta_3 \cos 6\xi \sinh 6\eta$$

$$\sin \phi^* = \sin \xi' : \cosh \eta'$$

$$\operatorname{tg} (\lambda - \lambda_0) = \sinh \eta' : \cos \xi'$$

$$\phi^* \rightarrow \phi \text{ se (4b) i avsnitt 3}$$

$$\underline{\text{Anm}} \quad \sinh z = z + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} + \frac{z^7}{7!} + \dots = \frac{1}{2} (e^z - e^{-z})$$

$$\cosh z = 1 + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} + \frac{z^6}{6!} + \dots = \frac{1}{2} (e^z + e^{-z})$$

$$\operatorname{tgh} z = z - \frac{1}{3} z^3 + \frac{2}{15} z^5 - \frac{17}{315} z^7 + \dots$$

$$\operatorname{arctgh} z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+z}{1-z} = z + \frac{z^3}{3} + \frac{z^5}{5} + \frac{z^7}{7} + \frac{z^9}{9} + \frac{z^{11}}{11} + \dots$$

Värdena på  $A$ ,  $\beta_i$ ,  $\delta_i$  mm erhålles ur följande tabell:

	BESSEL	INTERNATIONELLA	SYSTEM 67
a	6377 397, 1542	6378 388	6378 160
$e^2$	0,006 674 372 231	0,006 722 670 022	0,006 694 605 326
$e'^2$	0,006 719 218 798	0,006 768 170 197	0,006 739 725 128
n	0,001 674 18480	0,001 686 340 641	0,001 679 277 100
A	6366 742, 5194	6367 654, 5001	6367 471, 7471
Enhet: 12:e decimalen			
$\beta_1$	835 225 270	841 275 989	837 760 049
$\beta_2$	756 302	767 304	760 901
$\beta_3$	1 193	1 219	1 204
$\delta_1$	835 225 613	841 276 339	837 760 394
$\delta_2$	58 706	59 564	59 065
$\delta_3$	166	170	168

Inom Sverige är

$$6100 < x < 7700 \text{ km}$$

$$|y - y_0| < 400 \text{ km}$$

och i den följande diskussionen förutsättes koordinaterna ligga inom dessa gränser.

Inverkan av olika termer i serieutvecklingen framgår ur nedanstående:

Termen	Inverkan över- stiger ej	Termen	Inverkan över- stiger ej
$\beta_2 \sin 4\xi' \cosh 4\eta'$	5,1 m	$\beta_3 \sin 6\xi' \cosh 6\eta'$	0,008 m
$\beta_2 \cos 4\xi' \sinh 4\eta'$	1,3 m	$\beta_3 \cos 6\xi' \sinh 6\eta'$	0,003 m
$\delta_2 \sin 4\xi \cosh 4\eta$	0,4 m	$\delta_3 \sin 6\xi \cosh 6\eta$	0,002 m
$\delta_2 \cos 4\xi \sinh 4\eta$	0,1 m	$\delta_3 \cos 6\xi \sinh 6\eta$	0,001 m

För kartläggningsändamål kan man således slopa alla ovanstående termer. Dessutom kan man slopa termerna med  $\sin^4 \phi$  och  $\sin^6 \phi$  i (4a) och med  $\sin^4 \phi^*$  och  $\sin^6 \phi^*$  i (4b), eftersom deras inverkan är högst tre meter.

Formlerna för denna projektion är utan tvekan mera komplicerade än vid de tidigare genomgångna projektionerna. Detta kompenseras dock mer än väl av att projektionsfelen är små. Dessutom har projektionen en annan värdefull egenskap som vi nu skall se.

Mercators normala projektion har de enklaste formelnerna men kan egentligen användas endast i närheten av ekvatorn.

Normala koniska projektioner är utmärkta för avlånga områden i öst-väst riktning med ringa utbredning i nord-syd. Byter man zonen, dvs vill man t ex kartera två konsekutiva zoner i WAC, måste man beräkna två olika projektioner med olika projektionskonstanter (jfr tabellen vid WAC i avsnitt 5) och följaktligen ha tillgång till flera tabeller.

Gauss' konforma projektion är fri från denna nackdel. En enda tabell räcker för hela världen, ty alla zoner har samma projektionskonstanter. En projektion med medelmeridian  $15^\circ$  har exakt desamma värden för koefficienterna  $\beta_1, \delta_1$  som t ex projektionen med medelmeridianen  $135^\circ$ . Vill man erhålla  $x$  och  $y$  för  $\phi = 60^\circ, \lambda = 17^\circ$  i två projektioner med medelmeridianer  $\lambda_0 = 15^\circ$  resp  $\lambda_0 = 21^\circ$ , användes exakt samma formler med den enda skillnaden att argumentet  $\lambda - \lambda_0$  är  $+2^\circ$  i det ena fallet och  $-4^\circ$  i det andra.

### Projektionsfelen

Den numeriska beräkningen av koordinaterna i Sverige utförs nästan uteslutande i Gauss' konforma projektion. Därför behövs här formlerna som ger projektionsfelen på millimetern när. De är dessutom mera utarbetade så att likheten med (1), (2), (3) har här mestadels gått förlorad. Som argument har man oftast plana koordinater  $x$  och  $y$ .

#### a Meridiankonvergens

$$\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} (\lambda - \lambda_0) \sin \phi \{1 + e'^2 \sin^2(\lambda - \lambda_0) \cos^4 \phi\}$$

ger  $c$  på hundradels milligon när. Inverkan av  $\{ \}$  uppgår till några hundradels milligon.

Med  $x$  och  $y$  som argument kan följande formel användas, som ger  $c$  på tiondels milligon när:

$$\operatorname{tg} c = n \operatorname{tg} \phi' \left(1 - \frac{1}{3} n^2 + \frac{2}{15} n^4\right)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{där} \quad \psi &= x : k_0 A \\ \phi' &= \psi + \sin \psi \cos \psi (B_1 - B_2 \sin^2 \psi) \\ N' &= a : \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi'} \\ n &= (y - y_0) : k_0 N' \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Värden för  $A$ ,  $B_1$  och  $B_2$  anges härnedan. Enhet för  $\psi$  och  $\phi'$  är gon.  $x$ ,  $y$  och  $N'$  anges i meter.

	Bessel	Internationella	System 67
A	100008,5577	100022,8830	100020,0123
$B_1$	0,320 6849	0,323 0202	0,321 6631
$B_2$	0,001 8769	0,001 9043	0,001 8883



Anm.  $\phi'$  är latituden som svarar mot de plana koordinaterna  $(x, 0)$ , och inte latituden för punkten  $(x, y)$

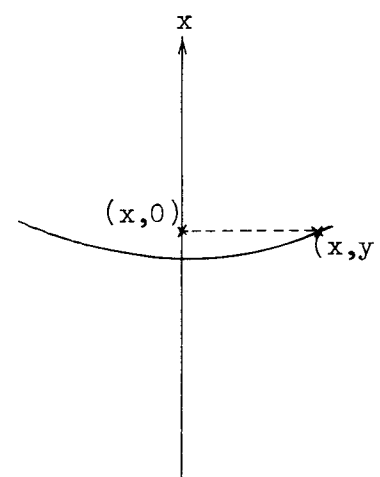


Fig 43

Om felet i  $c$  får uppgå till 0,015 gon, kan man inom Sverige använda formlerna

$$c = (\lambda - \lambda_0) \sin \phi$$

$$\text{och } c = C_1 (y - y_0) \operatorname{tg} (C_2 x + C_3)$$

För rikets triangelnät (Bessels ellipsoid) är

$$C_1 = 0,009955 \quad C_2 = 0,00992144 \quad C_3 = 0,592$$

om  $x$  och  $y$  uttryckes i km, vinklarna i gon.

#### b. Skala

$$k = k_0 \operatorname{cosh} \frac{y - y_0}{k_0 r'}$$

där  $r' = a \sqrt{1 - e^2} : (1 - e^2 \sin^2 \phi')$ .  $\phi'$  beräknas med formeln (8).

Utvecklingen av formeln ger

$$k = k_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{y - y_0}{k_0 r'} \right)^2 + \dots \right\}$$

Medelvärde av ovanstående formel ger inom Sverige ( $55^{\circ}21' < \phi < 69^{\circ}06'$ )

$$k \sim k_0 + \frac{1}{2k_0} \left( \frac{y - y_0}{a} \right)^2 (1 - 0,56 e^2)$$

#### c. Krökning

$$\Gamma = -\frac{1}{k_0 r'} \operatorname{tgh} \frac{y - y_0}{k_0 r'} \cos V$$

där  $V$  = riktningsvinkel av geodetiska linjens bild.

d Förstoringsfaktor

$$\frac{D}{s} = k_o \left\{ 1 + \frac{(y_1 - y_o)^2 + (y_1 - y_o)(y_2 - y_o) + (y_2 - y_o)^2}{6 r^2} + \right. \\ \left. + \frac{(y_1 + y_2 - 2 y_o)^4}{384 r^4} + \right. \\ \left. + \frac{(y_1 + y_2 - 2 y_o)^2}{192 r^4} (2(x_2 - x_1)^2 - 3(y_2 - y_1)^2) \right\}$$

där

$$r = k_o a \sqrt{1 - e^2} : (1 - e^2 \sin^2 \phi'_m) \quad (9)$$

$\phi'_m$  är latituden för  $(\frac{x_1 + x_2}{2}, 0)$ , se (8)

Inom Sverige är  $|y_1 + y_2 - 2 y_o| < 800$  km, således är inverkan av tredje termen högst  $64 \cdot 10^{-8}$ , av fjärde termen, om  $D < 100$  km, högst  $6 \cdot 10^{-8}$ .

e Riktningssreduktion

$$t = \frac{100}{3\pi r^2} (x_1 - x_2) (2 y_1 + y_2 - 3 y_o) - \\ - \frac{25}{6\pi r^4} (x_1 - x_2) (y_1 + y_2 - 2 y_o)^3 + \\ + \frac{1}{6\pi r^3} (y_1 - y_2) (y_1 + y_2 - 2 y_o)^2 \sin \frac{x_1 + x_2}{100\ 000}$$

där  $t$  och vinkeln  $\frac{x_1 + x_2}{100\ 000}$  är i gon, längder i meter. Andra termen överstiger ej  $40 \mu$ gon, tredje termen ej  $10 \mu$ gon.  $r$  beräknas med (9).

f Segmenthöjd

Ekv (3a) i avsnitt 2 ger

$$H = \frac{D}{8r}(x_1 - x_2) \operatorname{tgh} \frac{y_m - y_0}{r} \sim \frac{D}{8r^2} (x_1 - x_2)(y_m - y_0)$$

r beräknas med (9).

Rikets Triangelnät (RT)

RT är beräknat i Gauss' konforma projektion. Den använda referensellipsoiden är Bessels, och skalreduktionsfaktorn är 1,0. Medelmeridianen är belägen 2,5 gon väster om Stockholms gamla observatorium vars longitud har fastlagts till  $18^{\circ}03'29,8''$  öster om Greenwich. Medelmeridianen är således  $15^{\circ}48'29,8'' = 17.56475309$  gon öster om Greenwich. För lokala beräkningar förekommer även andra medelmeridianer: mera om dessa i kapitel IV, avsnitt 2, där också datum genomgås. x-koordinaterna räknas positiva mot norr med värdet 0 vid ekvatorn. y-koordinaterna räknas positiva mot öster, och för undvikande av negativa y-koordinater har medelmeridianens bild (som blir en rät linje, jfr projektionsvillkoren) tilldelats värdet  $y_0 = 1500000$  m.

Härnedan anges i tabell värden för  $\phi'$ ,  $N'$  och  $10^{14} : 6 r^2$  med x som argument. Enheter meter och gon.

x	$\phi'$	$\Delta$	N'	$\Delta$	$10^{14} : 6 r^2$	$\Delta$
6100 000	61,14506078	1.00000000 18 7091	6391736,850	313,719	0,40885422	- 8025
6200 000	62,14318987	20 1696	6392050,569	309,797	0,40877397	7924
6300 000	63,14117291	21 6107	6392360,366	305,572	0,40869473	7814
6400 000	64,13901184	23 0310	6392665,938	301,047	0,40861659	7696
6500 000	65,13670874	24 4291	6392966,985	296,227	0,40853963	7571
6600 000	66,13426583	25 8039	6393263,212	291,116	0,40846392	7439
6700 000	67,13168544	27 1537	6393554,328	285,721	0,40838953	7300
6800 000	68,12897007	28 4775	6393840,049	280,046	0,40831653	7152
6900 000	69,12612232	29 7737	6394120,095	274,096	0,40824501	7000
7000 000	70,12314495	31 0413	6394394,191	267,880	0,40817501	6839
7100 000	71,12004082	32 2791	6394662,071	261,400	0,40810662	6672
7200 000	72,11681291	33 4856	6394923,471	254,665	0,40803990	6499
7300 000	73,11346435	34 6600	6395178,136	247,682	0,40797491	6320
7400 000	74,10999835	35 8009	6395425,818	240,456	0,40791171	6134
7500 000	75,10641826	36 9074	6395666,274	232,996	0,40785037	5943
7600 000	76,10272752	37 9783	6395899,270	225,309	0,40779094	5745
7700 000	77,09892969		6396124,579		0,40773349	

För uppskattande av projektionsfel ges härnedan deras värden för en 200 km lång linje, vars begynnelse- och ändpunkt ligger på samma avstånd  $y - y_0$  från medelmeridianen.  $\phi = 70 \text{ gon} = 63^\circ$ . Jfr avsnitt 2 anm 2.

$ y - y_0 $	k	D:s	t	H
0 km	1,000000	1,000000	0"	0 m
100 km	1,000122	1,000122	50,5"	12,2 m
200 km	1,000490	1,000490	101,0"	24,5 m
300 km	1,001102	1,001102	151,4"	36,7 m
400 km	1,001960	1,001960	201,8"	48,9 m

#### Universal Transverse Mercator (UTM)

UTM är ett världsomfattande system där hela jorden har delats i 60 stycken  $6^\circ$  breda meridianzoner. Varje zon har avbildats med Gauss' konforma projektion, varvid zonens mittmeridian är projektionens medelmeridian. (Områden med  $|\phi| > 80^\circ$  har undantagits från Gauss' projektion och har avbildats med normal stereografisk projektion). Skalreduktionsfaktor är  $k_0 = 0,9996$  vilket innebär att orter ca 180 km från medelmeridianen erhåller skalan 1,0. För  $|\phi| > 57,5^\circ$  är zombredden i projektionen mindre än 360 km: således är praktiskt taget hela Sverige återgiven förminskat i UTM.

Som referensellipsoiden har internationella ellipsoiden använts, med följande viktigaste undantagen:

- 1) Clarkes ellipsoid 1866 för Nordamerika
- 2) Clarkes ellipsoid 1880 för Afrika (utom de nordligaste partierna)
- 3) Everests ellipsoid för Främre och Bortre Indien
- 4) Speciell ellipsoid för Australien

Se vidare kap IV avsnitt 3, där bl a datum och beteckningar genomgås.

### Avsnitt 8. Transformation mellan olika konforma projektioner

Transformationen av koordinater från t ex normal Mercatorprojektion (avsnitt 4) till normal konisk projektion (avsnitt 5) kan alltid utföras via geografiska koordinater, dvs ur Mercators  $x$  och  $y$  beräknar man  $\phi$  och  $\lambda$ , och sedan transformerar man dessa till  $x$  och  $y$  i Lamberts projektion.

Om viss approximation tolereras kan dock transformationen utföras utan denna omväg. Därvid utnyttjar man omständigheten att varje funktion av en komplex variabel kan tolkas som en konform avbildning, dvs sambandet

$$X + i Y = f(x + iy)$$

innebär att koordinaterna  $X$  och  $Y$  är en konform avbildning av koordinaterna  $x$  och  $y$ . Serieutveckling av ovanstående ger

$$\begin{aligned} X + iY &= (a_0 + ib_0) + (a_1 + ib_1)(x + iy) \\ &+ (a_2 + ib_2)(x + iy)^2 + (a_3 - ib_3)(x + iy)^3 + \dots \end{aligned}$$

Öppnas parenteserna och skiljes real- och imaginärdelar erhålles

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1x - b_1y + a_2(x^2 - y^2) - 2b_2xy + \\ &+ a_3(x^3 - 3xy^2) - b_3(3x^2y - y^3) + \dots \\ Y &= b_0 + b_1x + a_1y + b_2(x^2 - y^2) + 2a_2xy \\ &+ b_3(x^3 - 3xy^2) + a_3(3x^2y - y^3) + \dots \end{aligned} \tag{10}$$

Koefficienterna  $a_i$ ,  $b_i$  kan bestämmas genom inpassningsförfarande, dvs man räknar ut 10-15 punkter i båda systemen varefter man med minsta kvadratmetoden söker sådana värden för  $a_i$ ,  $b_i$  att överensstämmelsen mellan vänsterled och högerled i (10) blir så bra som möjligt. Ju flera termer som medtas i serieutvecklingen, desto bättre blir överensstämmelsen; vanligen bör  $1 < i \leq 4$  eller 5.

Vilka slitningar kan förväntas om man försöker sätta ihop två kartor i olika projektioner? I nedanstående tabell ges koordinater för gradnätsskärningar i 3 olika projektioner: Gauss' projektion (avsnitt 7), ANC (sid 75), WAC zon 60°-64° (sid 75). Koordinaterna i ANC och WAC har parallellförflyttats så att de överensstämmer med Gauss' för  $\phi = 62^\circ$ ,  $\lambda - \lambda_0 = 0^\circ$ . Som referensellipsoid har den internationella använts. Tabellen visar en hyfsad överensstämmelse mellan Gauss och WAC (skillnaderna överstiger ej 300 m, dvs 0,3 mm i skalan 1:1 miljon), medan däremot ANC ej kan sammanfogas med dessa kartor utan föregående transformation.

$\phi$	$\lambda - \lambda_0$	Gauss		ANC		WAC 60°-64°	
		x	y	x	y	x	y
60	0	6654 228	0	6655 883	0	6654 244	0
	2	55 915	111 594	57 579	110 780	55 964	111 625
	4	60 977	223 120	62 664	221 456	61 124	223 144
	6	69 418	334 510	71 133	331 924	69 718	334 450
61	0	6765 654	0	6766 480	0	6765 678	0
	2	67 306	108 209	68 130	107 395	67 346	108 191
	4	72 263	216 348	73 059	214 689	72 347	216 278
	6	80 527	324 346	81 270	321 782	80 677	324 161
62	0	6877 096	0	6877 096	0	6877 096	0
	2	78 711	104 790	78 688	104 010	78 711	104 757
	4	83 557	209 508	83 462	207 922	83 553	209 414
	6	91 636	314 083	91 414	311 640	91 619	313 873
63	0	6988 555	0	6987 748	0	6988 530	0
	2	90 131	101 339	89 288	100 624	90 092	101 323
	4	94 860	202 605	93 907	201 153	94 775	202 549
	6	7002 743	303 725	7001 600	301 494	7002 576	303 583
64	0	7100 029	0	7098 476	0	7100 014	0
	2	01 565	97 856	99 965	97 523	01 523	97 887
	4	06 171	195 639	7104 428	194 379	06 048	195 681
	6	13 849	293 275	11 862	291 341	13 584	293 289

## KAPITEL IV. OLIKA KOORDINATSYSTEM. KARTOR OCH BLADINDELNING

Avsnitt 1. Geodetiska huvudnäten före 1900

En mera systematisk triangulering avsedd att ge en sammanhängande geodetisk grundval för landets kartläggning påbörjades år 1805. Nätet bestod av kedjor genom vissa delar av landet, sporadiskt förtätade med glesa detaljnät. Punktfördelningen var synnerligen ojämn och stora delar av landet saknade helt triangulering. Beräkningen utfördes på ellipsoiden, i södra Sverige på Svanbergs, i norra Sverige på Clarkes 1880.

Avsnitt 2. Rikets triangelnät (RT)<sup>1)</sup>

År 1903 påbörjades i Skåne en ny triangulering av riket. Utgångsvärdena var beträffande sidlängden den danska basen i Köpenhamn, mätt år 1838, beträffande orienteringen de värden, som på nedan angivet sätt härleddes för triangelpunkten Romeleklint. Polhöjden bestämdes för denna punkt ur diverse svenska och danska astronomiskt bestämda punkter, varifrån data överfördes genom de gamla näten på sådant sätt, att lodavvikelserna blev så små som möjligt. Longituden bestämdes på motsvarande sätt, men inpassades så att meridianen genom Stockholms gamla observatorium erhöll värdet  $0^{\circ}$ . Asimuten togs ur mätningar i Lund och Kåseberga överförda till triangelsidan Romeleklint-Malmö. Som jorddimensioner valdes Bessels värden, och beräkningarna utfördes i planet, i Gauss' konforma projektion.

---

1) Se även sid 87



År 1938 hade trianguleringen framskridit till ungefärligen  $60^\circ$  latitud. Samtidigt hade man även mätt 5 baser och 6 asimuter. På grundval av dessa bestämdes en ny skala och orientering för nätet: de tidigare bestämda koordinaterna vreds 0,00005 radianer ( $\sim 10,31''$ ) medurs kring en punkt 5 gon ( $4,5^\circ$ ) väster om Stockholms gamla observatorium och 6300 km norr om ekvatorn. Samtidigt förstörades nätet med faktorn 1,00002. Detta system fick namnet 1938 års system.

Hela triangelnätet var i huvudsak färdigmätt i slutet av 1950-talet. Den är den enda enhetliga uppmätningen över hela riket. Den består av ca 400 triangelpunkter av första ordningen i kransar över hela landet. Såväl inuti som mellan kransarna är nätet förtätat med 2:a ordningens huvudpunkter och detaljpunkter till en täthet av 3 à 4 punkter per kvadratmil, något tätare i södra och glesare i norra Sverige. Särskilt glest är det i fjälltrakterna.

I början delades Sverige i 6 olika projektionssystem med medelmeridianerna i 7,5 gon väst, 5,0 gon väst, 2,5 gon väst, 0 gon, 2,5 gon öst och 5,0 gon öst. Detta system gäller fortfarande inom lantmäteriets distriktsorganisation, som måste kräva små förvriddningar för storskalig kartläggning. För rikets triangelnät är emellertid kravet på små projektionsfel ej så starkt och vid utgivning av kartor över hela landet liksom vid geodetiska beräkningarna innebär ett flertal system stora nackdelar. Därför beslöts år 1945 att endast ett för hela riket gällande system skall användas, nämligen det med medelmeridianen 2,5 gon väst varvid för undvikande av negativa koordinater 1500000 m skall adderas till y-värden.

Kraven på triangelpunkter skärptes kraftigt i början av 1960-talet, främst genom den allmänna användningen av de elektromagnetiska längdmätningssinstrumenten. Därför påbörjades år 1967 en ny rikstriangulering som beräknas vara slutförd år 1980. Helst skulle beräkningsarbetet vila tills hela landet är färdigmätt, men det är icke möjligt att vänta så länge. Därför

har landet indelats i regioner av sådan storlek att inga olägenheter skall uppstå för de ingående kommunerna. Regionerna beräknas dessutom med stor överlappning.

De tolv riksnätsregionerna är:

Region 1	Skåne
2	Halland
3	Karlshamn
4	Göteborg
5	Vänern
6	Småland
7	Örebro
8	Gotland
9	Stockholm
10	Gävle-Dala
11	Umeå
12	Luleå

Det finns sålunda många olika typer av koordinatsystem i den svenska rikstrianguleringen. För att lätt kunna skilja mellan dessa har man infört följande beteckningar:

RT P 0	Sammanfattande beteckning för provisoriska
RT P 2,5 W	system före 1938 med angivande av medel-
etc	meridian
RT 38	1938 års system
RT R 01	Den nya rikstrianguleringens system för
etc	regionerna 01-12

Beteckningarna RT 38 och RT R avser, då annat ej anges, system 2,5 W. Vid tillämpning av system med annan medelmeridian måste upplysning därom tilläggas, t ex RT R 01 5W, vilket betyder region 1 (Skåne) med medelmeridian 5 gon väst om Stockholms observatorium. Dessa uppgifter skall alltid medfölja koordinaterna.

Transformation av koordinaterna från ett projektionssystem till ett annat (t ex från 2,5 gon väst till 5 gon öst) sker med överräkningsformlerna i kap III avsnitt 7 (sid 81 ), dvs ur  $x$  och  $y$  beräknar man motsvarande  $\phi^*$  och  $\lambda$ , därefter ändrar man  $\lambda$  enligt t ex

$$\text{ny } \lambda = \lambda + (- 2,5) - (+ 5,0)$$

$\phi^*$  och ny  $\lambda$  ger sedan  $x$  och  $y$  i 5 gon öst.

Varning! Överräkningen mellan system med olika medelmeridianer kan inte utföras som enbart translation, vridning och skaländring (Helmerts transformation).

Transformationer av koordinaterna mellan RT P och RT 38, samt mellan projektionssystem med olika medelmeridian, är klart definierade matematiska problem och kan utföras exakt. Detta är icke fallet med transformationerna mellan olika regioner, eller mellan RT R å ena sidan och RT P eller RT 38 å andra sidan, enär de är beräknade med olika mätdata. För dessa transformationer kan man uppställa endast approximativa formler.

Anm Många kommuner och andra myndigheter har egna koordinat-system för lokalt bruk. I vissa fall kan transformation ske till riksnätet.

Avsnitt 3. UTM. ED 50.

I UTM (jfr sid 89) indelas jordklotet i meridianzoner om  $6^\circ$  bredd. Dessa betecknas med nummer ur serien 1-60. Zon 1 ligger mellan  $180^\circ$  och  $174^\circ$  väst, numreringen fortsätter i ordning österut. Sverige ligger i zoner 32-35. Inom varje zon är ett plant koordinatsystem upprättat.

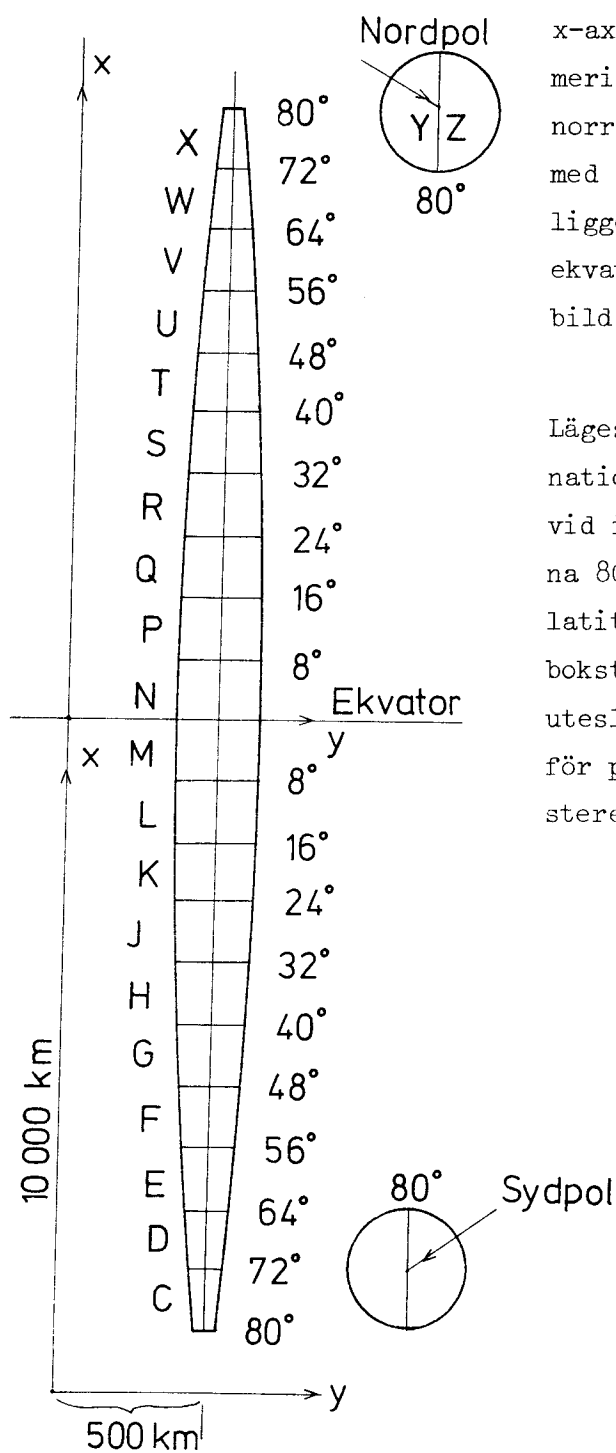


Fig 44

x-axlarna är parallella med medelmeridianerna och riktade uppåt. På norra halvklotet sammanfaller y-axeln med ekvatorns bild; på södra halvklotet ligger y-axeln 10 000 km söder om ekvatorns bild. Medelmeridianens bild har alltid y-värde 500 km.

Lägesangivelse sker ofta genom kombination av siffror och bokstäver. Därvid indelas varje zon mellan latituderna  $80^\circ$  syd och  $80^\circ$  nord i  $8^\circ$  breda latitudband, vilka betecknas med en bokstav ur serien C - X, I och O är uteslutna. A, B, Y, Z förbehålles för polarområden, som avbildas i stereografisk projektion.

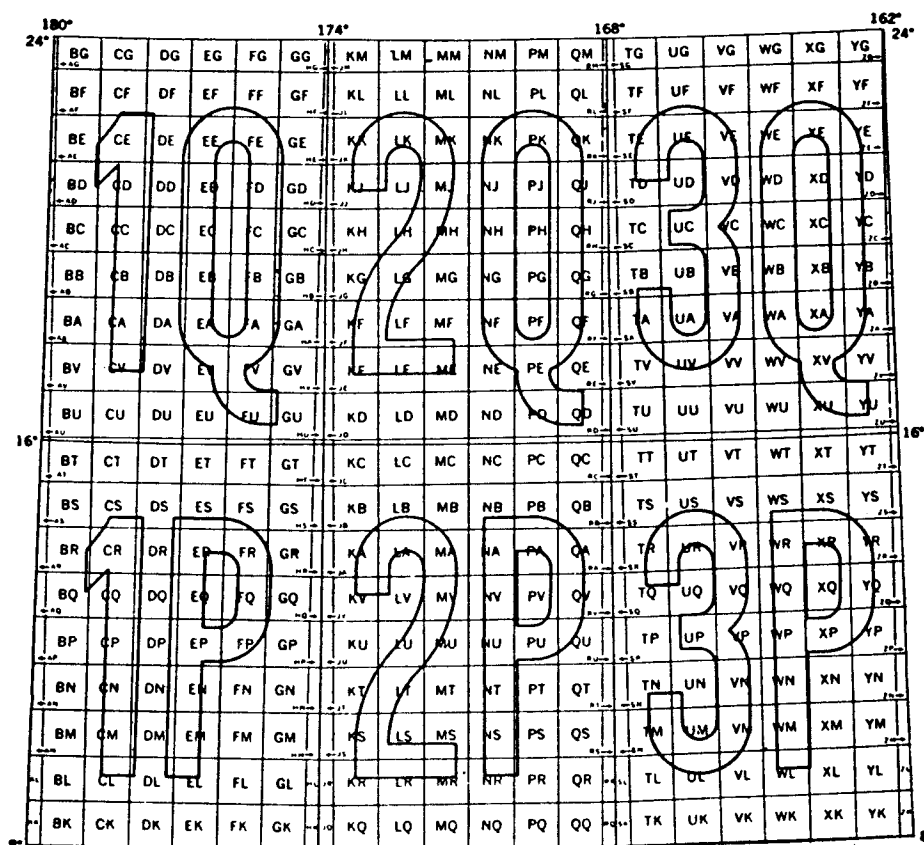


Fig. 45

Varje zon är dessutom indelad i plana kvadrater med 100 km sida på följande sätt:

Parallellt med zons medelmeridian är axlarna dragna för var hundra kilometer. Därigenom bildas inom zonen kolumner. Vid ekvatorn är deras antal 8, kolumnantalet minskar allteftersom zonen smalnar av mot polerna. Kolumnerna betecknas med en bokstav ur serien A-Z, I och O uteslutna. Kolumnen närmast öster om 180°-meridianen vid ekvatorn får beteckningen A, littereringen fortsätter sedan i ordning österut. Bokstavs-serien räcker härvid till 3 zoner, därefter upprepas serien. Mot kolumnerna tvärgående axlar avsättes parallellt med ekvatorn för var hundra kilometer. De på detta sätt uppkomna raderna betecknas med en bokstav ur serien A-V, I och O uteslutna. Raderna littereras i ordning från ekvatorn norrut. Inom varje zon med udda sifferbeteckning börjas med bokstaven A och för

zon med jämn sifferbeteckning med bokstaven F. När alla bokstäver är förbrukade, upprepas serien. Sålunda uppdelas varje zon av ovan nämnda kolumner och rader i plana 10-milskvadrater, vilka var för sig betecknas med ett bigram, en bokstav för kolumnen och en för raden. Ex: UC. Samma bigram återkommer icke inom ett område  $18^\circ$  i längd och  $18^\circ$  i bredd. Bigrammen inom Sverige är återgivna i fig 46.

Slutligen anges läget inom 100 km kvadrat med siffror, varvid talets första hälft anger avståndet från rutans västra kant, andra hälft från rutans södra kant. För att ange läget på 10 m när behövs alltså  $4 + 4 = 8$  siffror. 34 W EU 76981925 uttryckes således:

zon 34, latituddband  $64^\circ$ - $72^\circ$ , vilket medför att rutan EU har hundratalet kilometer

73 för x, 5 för y

och koordinaterna är  $x = 7319,25$  km

$y = 576,98$  km

i UTM zon 34.

100-km	Zon 32 $\lambda_0 = 9^\circ$		Zon 33 $\lambda_0 = 15^\circ$				Zon 34 $\lambda_0 = 21^\circ$				Zon 35 $\lambda_0 = 27^\circ$	
	5	6	3	4	5	6	3	4	5	6	3	4
76					WS	XS	CB	DB	EB	FB		
75					WR	XR	CA	DA	EA	FA		
74					WQ	XQ	CV	DV	EV	FV	LQ	
73				VP	WP	XP	CU	DU	EU	FU	LP	
72				VN	WN	XN	CT	DT	ET	FT	LN	
71			UM	VM	WM	XM	CS	DS	ES			
70			UL	VL	WL	XL	CR	DR	ER			
69			UK	VK	WK	XK	CQ	DQ				
68			UJ	VJ	WJ	XJ						
67			UH	VH	WH	XH	CN	DN				
66		PM	UG	VG	WG	XG	CM	DM				
65		PL	UF	VF	WF	XF	CL	DL				
64		PK	UE	VE	WE	XE	CK	DK				
63		PJ	UD	VD	WD	XD	CJ	DJ				
62			UC	VC	WC	XC	CH					
61			UB	VB	WB							

Fig. 46

Åren 1948-51 utfördes den första sammanhängande utjämnningen av Europas triangelnät. Den ger triangelpunkternas latitud och longitud på internationella ellipsoiden, och systemet kallas "European Datum 1950" eller förkortat ED50.

I Västeuropa har UTM beräknats med ED50 som grund.

Transformation mellan zonerna sker med överräkningsformler, se sid 81. Transformation mellan UTM och RT kan däremot ej utföras matematiskt exakt, eftersom UTM bygger på annan beräkning (och delvis andra data) än RT. Det finns dock goda inpassningsformler mellan RT 38 och UTM, zonerna 32-35, som ger en inbördes noggrannhet av 0,1 m mellan närbelägna punkter och 0,3 m när det gäller hela landet.

#### Avsnitt 4. GEOREF-systemet

Detta är ett geografiskt referenssystem. Namnet kommer av "World Geographic Reference system".

Hela jorden delas i 24 entimmes eller  $15^\circ$ -longitudband. Dessa littereras från A till Z (utom I och O) med början från  $180^\circ$  meridian. Likadana tolv  $15^\circ$ -latitudband littereras från A till M (utom I) med början från sydpolen. De av banden bildade  $15^\circ$ -rutor betecknas sålunda med två bokstäver. Sverige beröres av rutorna NK, NL, PK och PL.

Varje  $15^\circ$ -ruta indelas i  $15 \times 15$  gradrutor. Dessa gradrutor betecknas i längd österut och bredd norrut med bokstäverna A - Q (utom I och O). En gradruta betecknas alltså med två bokstäver.

Inom gradrutan anges positionen med 2 + 2 eller 3 + 3 siffror, där första gruppen anger punktens läge från rutans västra kant, den andra från rutans södra kant, i minuter resp tiondels minuter. T ex positionen anges en punkt med  $\phi = 66^\circ 37' 24''$ ,  $\lambda = 19^\circ 58' 43''$  som (PL) EG 587374.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	$15^\circ$
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	$30^\circ$
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	$45^\circ$
45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	$60^\circ$
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	$75^\circ$
A B C D E F G H J K L M N P Q															

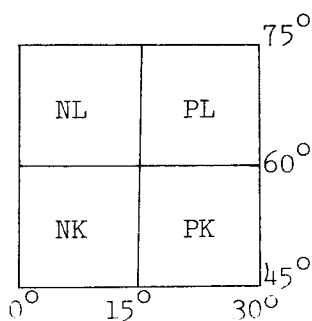


Fig. 47



Avsnitt 5. Generalstabskartan, södra verket

Detta kartverk omfattar kartorna över södra och mellersta Sverige upp till latituden  $61^{\circ}40'$ . De är utgivna i Spens projektion (jfr s 76) i skalan 1:100 000. Dessa kartor benämnas även "rektangulärblad" på grund av sin rektangulära form. Vidare skriver G A Rune i Globen 1947 nr 5:

"Rektangulärbladen indelas utgående från en så västlig meridian som  $5^{\circ}$  väst från Stockholm, enär man tänkt sig, att även Norge skulle begagna samma projektion och bladindelning (vilket dock ej skedde). Av samma skäl börjar bladindelningen vid  $72^{\circ}$  polhöjd, alltså något norr om Norge.

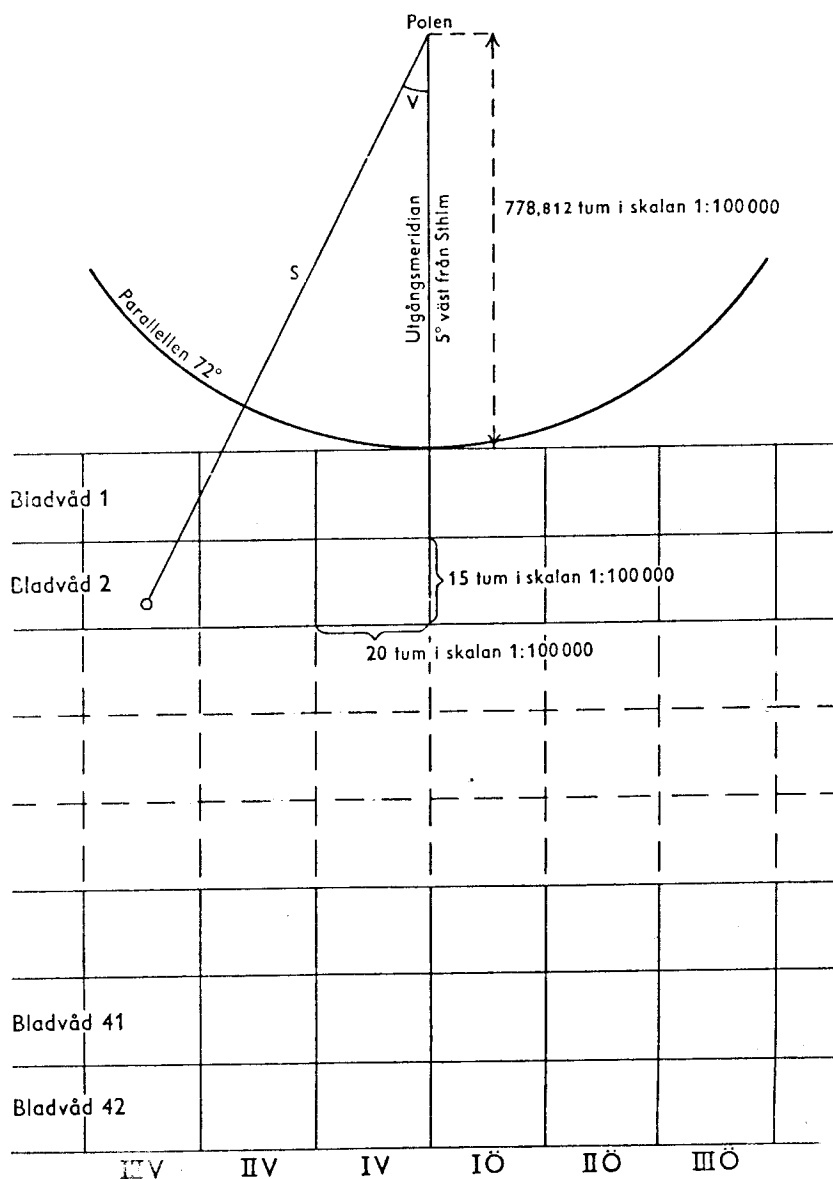


Fig. 48

Varje ruta i fig 48 betecknar ett rektangulärblad, som sålunda är 15 tum i höjd och 20 i bredd (44,535 resp 59,380 cm). Ett rektangulärblad har tidigare ofta betecknats med angivande av nordsydlig och ostvästlig bladvåd (t ex bladet V. Ö. 32). Emellertid finnes en numrering av bladen från söder mot norr (och från väster mot öster) från 1 till och med 110 och numera användes alltid detta nummer jämte bladets namn (t ex 75 Stockholm).

De för kartor i Spens' projektion grundläggande triangelmätningarna ha beräknats på jordellipsoiden och ur de så beräknade värdena för punkters polhöjd och longitud erhållas lätt de i projektionen gällande polära koordinater  $v$  och  $s$  (se fig 48) ur tabeller med polhöjd och longitud som argument. Sedan är det, såsom framgår av samma fig, synnerligen enkelt att ur  $v$  och  $s$  beräkna punktens läge å kartbladet".

Rektangulärbladen har gradnätet uttritrat med longituder räknade från Stockholm. Militärversionen har UTM-nätet påtryckt i lila.

Spens' projektion har använts vidare för generalstabens översiktskarta i skalan 1:400 000 (25 rektangelblad med dimensionerna 480 x 405 mm, utgångsmeridian för bladindelningen  $2^{\circ}15'$  väst från Stockholm) och höjdkartan i skalan 1:500 000 (17 rektangelblad med dimensionerna 475 x 356 mm, utgångsmeridian  $5^{\circ}$  väst från Stockholm).

Avsnitt 6. Generalstabskartan, norra verket

För områden norr om latituden  $61^{\circ}30'$  har gradbladsindelningen tillämpats. Varje blad begränsas av två paralleller med  $30'$  skillnad (från  $69^{\circ}$  till  $61^{\circ}30'$ ) samt två meridianer med  $1^{\circ}30'$  longitudskillnad från  $6^{\circ}30'$  väst till  $7^{\circ}00'$  öst om Stockholm). Se även sid 77. Bladen numreras från norr mot söder och från väster mot öster från 1 till 84. T ex har bladet 20 Kvikkjokk gränspareller  $67^{\circ}00'$  och  $66^{\circ}30'$ , gränsméridianer  $0^{\circ}30'$  väst och  $1^{\circ}00'$  öst samt är avbildad med medelparell  $66^{\circ}45'$ .

Referensellipsoiden är Clarkes ellipsoid 1880. Kartskalan är 1:200 000. För sedermera tillkomna kartor i skalan 1:100 000 gäller samma projektion, med en bladgräns vid mitten av latitud och longitud. Kartorna har gradnätet uttritad (longituder räknas från Stockholm). Militärversionen har dessutom UTM-nätet påtryckt i lila.

Gradbladen kan utan glapp sammanfogas till öst-västliga våder. Vid sammanfogning av våderna uppkommer däremot mindre glapp.

Fig 49 visar en schematisk bild av de nordligaste och sydligaste bladvåderna. I bilden tangerar våderna varandra vid a. Glappet blir (i skalan 1:1)

		för $68^{\circ}30'$	för $62^{\circ}00'$
vid	a	0,0 m	0,0 m
	b	0,6	1,1
	c	6	10
	d	16	26
	e	32	51

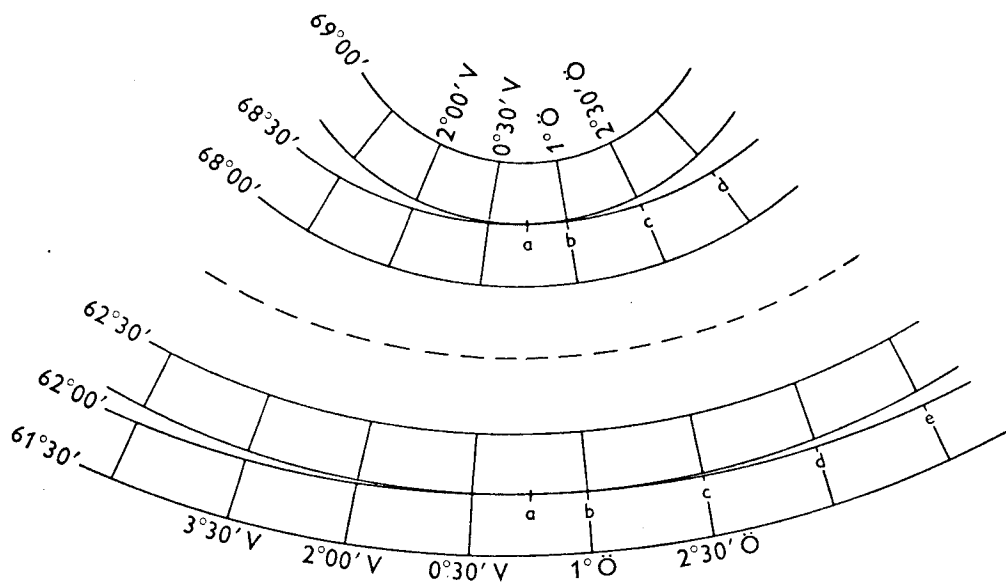


Fig. 49

De i avsnitten 5 och 6 behandlade kartorna hör till de så kända äldre kartserierna. De hålls i förlag men är under avveckling.

De i avsnitten 7-9 behandlade kartorna hör till den moderna serien. De är (med undantag av den provisoriska översiktskartan) avbildade i Gauss' konforma projektion, i system RT 38.

### Avsnitt 7. Topografiska kartan

Kartverket är utgivet i system RT 38 (jfr avsnitt 2), på kartorna även kallat rikets nät (RN). Skalan är 1:50 000, utom för de inre delarna av Norrbottens, Västerbottens och Jämtlands län, där skalan 1:100 000 användes. Se bladindelningsskarta över Sverige, topografiska kartan. Bladen är i regel kvadratiska med bildytan 50 x 50 cm, men i kust- och gränstrakter utges även rektangulära blad med bildytan 50 x 75 cm, om därigenom separat utgivning av blad med ringa areal kan undvikas.

Landet är indelat i våder om 50 km som numreras i syd-nordlig riktning ( $6100 < x < 7700$  km) från 1 till 32, och littereras i väst-östlig riktning ( $1200 < y < 1900$  km) från A till N. Härigenom erhålls en rutindelning som motsvarar topografiska blad i skalan 1:100 000. Inom ett sådant är de fyra topografiska bladen i skalan 1:50 000 betecknade SV, SO, NV och NO. Se även anmärkningen i slutet på avsnitt 8.

Kartorna är försedda med två plana rutnät: RN och UTM, samt med ett gradnät som har RN:s datum, dvs är beräknat med Bessels jorddimensioner och har placerats som beskrivet i avsnitt 2. Editioner t o m 1972 har RN med markeringar i ramen, UTM påtryckt i blått och gradnätet i svart; editioner fr o m 1973 har RN påtryckt i svart, UTM med markeringar i ramen och gradnätet påtryckt i brunt.

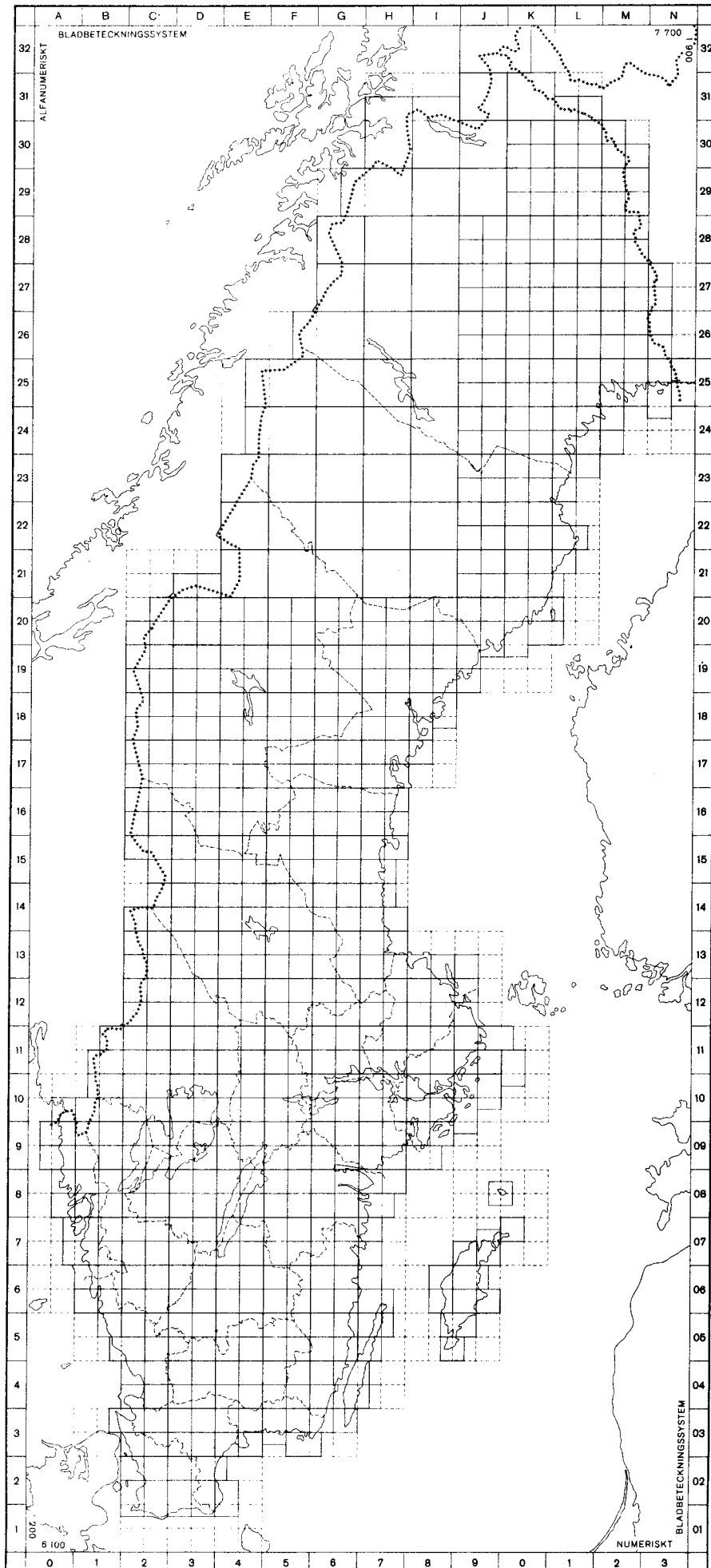
Eftersom kartan är tryckt i RN, har man vid konstruktionen av UTM fått vidta vissa approximationer, som dock saknar praktisk betydelse. Däremot framkommer här tydliga skillnader mellan gradnäten på Bessels och internationella ellipsoiden. Gränslinjen mellan zon 33 och zon 34 följer  $\lambda = 18^\circ$  i ED 50 på (internationella ellipsoiden), men den sammanfaller inte med  $18^\circ$  meridianen på kartan (se t ex blad 10 I, SV, NV). Råta linjen  $y = 500$  km i UTM sammanfaller med  $\lambda = 15^\circ$  (zon 33) eller  $\lambda = 21^\circ$  (zon 34) i ED 50, men den sammanfaller inte resp meridian på kartan (se t ex 10 F, SV, NV eller 31 K).



# BLADINDELNINGSKARTA ÖVER SVERIGE

STATENS LANTMÄTERIVERK

TOPOGRAFISKA KARTAN



### Avsnitt 8. Ekonomiska kartan

Varje 50 x 50 km ruta (dvs ett topografiskt blad i skala 1:100 000) indelas vidare i hundra 5 x 5 km rutor efter blad-våd med numrering i syd-nordlig riktning från 0 till 9 och litterering i väst-östlig riktning från a till j.

Ekonomiska kartan utges i skala 1:10 000, eller, över vissa delar av landet, i skala 1:20 000. I fjälltrakter sker ingen ekonomisk kartläggning. På bladindelningsskarta över Sverige, ekonomiska kartan, är motsvarande områden betecknade med små rutor, större rutor resp grå zon.

Ett ekonomiskt kartblad i skalan 1:10 000 omfattar en 5 x 5 km ruta. Bladet får beteckningen efter 50 x 50 km ruta och 5 x 5 km ruta samt erhåller dessutom ett eget lokalt namn. Exempel: 3E4e Hagstad. I skalan 1:20 000 omfattar ett kartblad 4 ovan-nämnda rutor. Beteckningen blir t ex 23H 2-3 c-d Stensele. Bägge serierna är försedda med RN (1 x 1 km rutor). Dessutom finns i ramen markering för en latitud och en longitud.

Anm. År 1970 beslöts att parallellt med de i avsnitt 7 och 8 beskrivna alfanumeriska beteckningarna även rent numeriska beteckningar må användas. Därvid ersättes A med 0, B med 1 etc, J med 9, K med 0, L med 1, M med 2, N med 3. Det-samma gäller för bokstäverna a-j (ekonomiska kartblad). SV ersättes med 1, SO med 2, NV med 3, NO med 4 (topo-grafiska kartblad). Rutorna 7 K, 8 K, 10 K och 11 K är specialbetecknade med resp 470, 480, 400 och 410.

Exempelvis kan alfanumerisk beteckning 13G NV ersättas med 136 3, 7H5c med 077 52 etc.

För kartor i skala 1:20 000 gäller beteckningssystem enligt nedan:

**G**

		a-b	c-d	e-f	g-h	i-j		
20	8-9						8	
	6-7						6	
	4-5						4	
	2-3						2	
	0-1						0	
		0	2	4	6	8		

Nuvarande alfanumeriska beteckningssystem inom storrutan infört i vänster- och övermarginal.

Numeriskt beteckningssystem infört i höger- och undermarginal. Dessutom ökas första siffran i storrutans kod med 5.

Exempel:

Nuvarande alfanumeriska beteckning 20G 2-3 a-b

Motsvarande numeriska beteckning 706 20

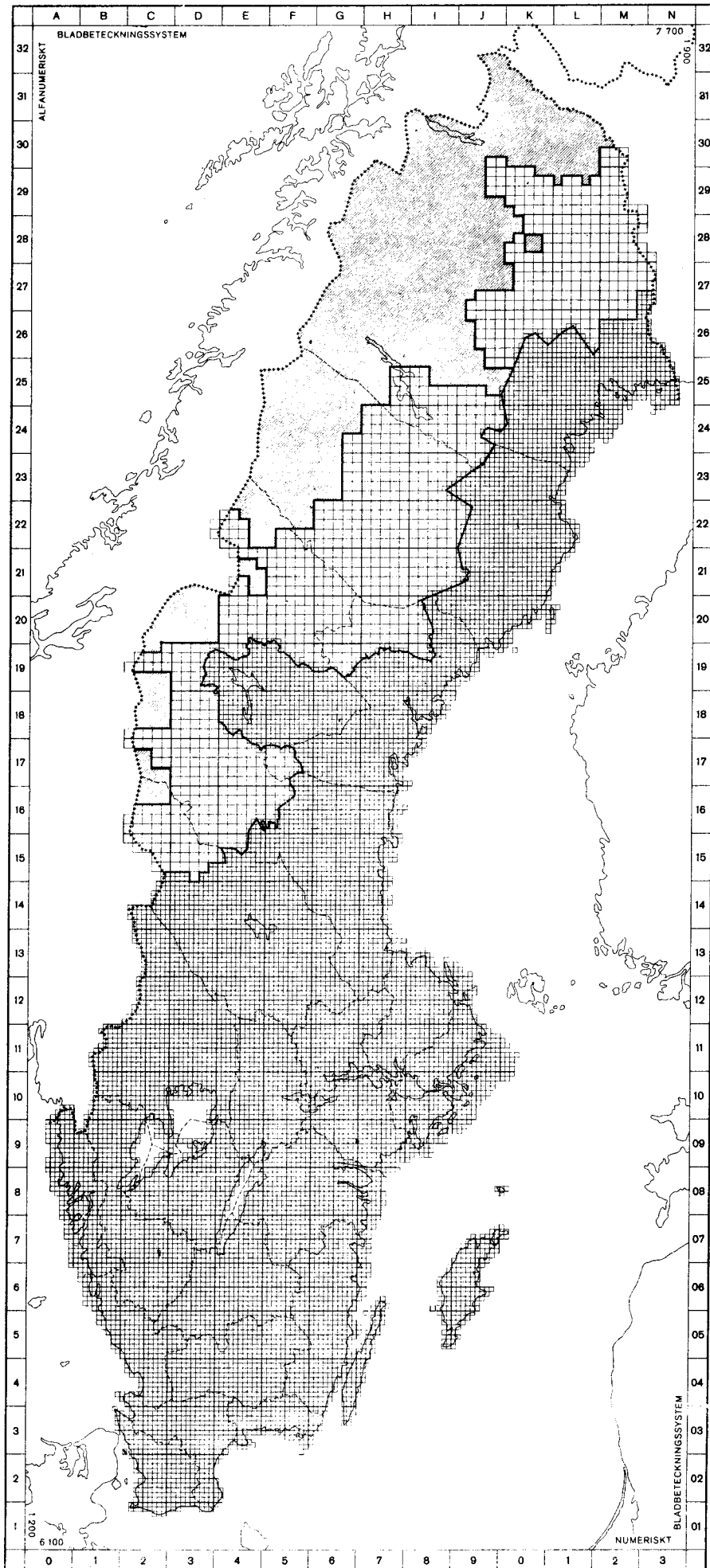




# BLADINDELNINGSKARTA ÖVER SVERIGE

STATENS LANTMÄTERIVERK

EKONOMISKA KARTAN



### Avsnitt 9. Översiktskartan

Den nya översiktskartan i skala 1:250 000 är grundad på den topografiska kartan, vars innehåll har generaliserats i erforderlig utsträckning. Bladen har formen av stående rektanglar med bildytan 40 x 60 cm.

Bladindelning och beteckning är gemensam med den planerade översiktskartan i 1:500 000 (se nedan). Hela Skandinavien är indelat i våder om 300 km i syd-nordlig riktning, från 5850 km till 8250 km, vilka numreras från 0 till 7. I väst-östlig riktning har man våder om 200 km, från 700 km till 2300 km, och de numreras också från 0 till 7. Härigenom erhålls en delning i "rutor", 200 km i bredd och 300 km höga. Rutorna betecknas med två siffror, en för vardera våden. För översiktskartan i 1:250 000 indelas en sådan ruta i fyra blad och varje blad får ett tillägg av en tredje siffra (1 för SV, 2 för SO, 3 för NV, 4 för NO). Bladet Örebro ( $6450 < x < 6600$ ,  $1400 < y < 1500$ ) t ex har beteckningen 232.

Kartan ges ut i fyra versioner:

Huvudversionen (HUV) har RN och GEOREF (30' x 30' rutor) påtryckta, UTM med markeringar i ramen. Indelningsversionen (IND) och den fullständiga planeringsversionen (PLAN F) har RN påtryckt, GEOREF och UTM med markeringar i ramen. Flygversionen (FLYG) har RN med markeringar i ramen, GEOREF (10' x 10' rutor) och UTM påtryckta.

Kartan är under successiv utgivning och hela serien planeras föreligga år 1980.

Av serien översiktskartan i skalan 1:500 000 har hittills utgetts endast ett blad (24 Stockholm) som en provkarta.

Den har GEOREF ( $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  rutor) och RN påtryckta, UTM med markeringar i ramen.

I avvaktan på ovannämnda serier har den provisoriska översiktskartan i skalan 1:250 000 utgetts. Den omfattar 47 blad och täcker hela landet. Bladindelningen hänför sig till gradnätet. Kartan har tre versioner: operationskarta (UTM påtryckt, GEOREF med markeringar i ramen), flygkarta (GEOREF påtryckt, UTM med markeringar i ramen) och indelningskarta (både GEOREF och UTM påtryckta). Kartan saknar RN.

#### Avsnitt 10. Generalkartan

Kartan består av 2 blad (tidigare 3 blad), tillsammans täckande hela landet. Skalan är 1:1 000 000. Underlaget grundas huvudsakligen på generalstabskartor, vilka dock moderniserats och kompletterats i görligaste mån. Kartan har GEOREF påtryckt ( $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  rutor) samt RN med markeringar i ramen.

### Avsnitt 11. Internationella kartorna

De internationella kartor som här avses är sådana som Sverige enligt internationella överenskommelser åtagit sig att utge och som i Sverige räknas till de allmänna kartorna.

I serien den internationella världskartan i skalan 1:1000 000 (IMW) har Sverige under åren 1917-28 gett ut fyra blad. Projektionen, se sid 55.

Bladindelningens stelhet (den var synnerligen ogynnsam för Sveriges del), kostsamma framställningsmetoder m m gjorde att bladen i många länder blev mindre efterfrågade och inte utgavs i tillfredsställande takt. Därför omarbetades bestämmelserna år 1962,<sup>1)</sup> vilket medförde att projektionssystemet utbyttes mot Lamberts koniska projektion, system WAC (se sid 75) och att större friheter gavs för jämkning av bladgränserna av geografiska eller andra skäl. År 1970 utgavs de tre blad Stockholm, Sundsvall och Kiruna, vilka helt täcker Sverige.

Världsflygkartan (WAC), se sid 75, utges i skalan 1:1000 000. Sveriges del utgörs av tre blad Stockholm, Sundsvall, Kiruna. WAC har numera ersatts av de följande två kartorna:

Internationella flygkartan (AC) utges i skalan 1:500 000. WAC-systemet (se sid 75) har bibehållits för de sju i Sverige framställda bladen genom att de tidigare nämnda WAC-bladen i princip skurits mitt itu längs zonens mittparallell.

Internationella jetflygkartan (ANC), se sid 75, har utgetts i skalan 1:2000 000, med huvudmeridian  $13^{\circ}$ . Den omfattar de fyra nordiska länderna och når fram till  $0^{\circ}$  - meridianen i Londonområdet. Bladet har namnet Scandinavia.

---

1) Se vidare "Sveriges kartläggning", tillägg 1958-1967, sid 72-75.

Litteraturförteckning

- L Asplund: Kompendium i geodesi II
- C F Baeschlin: Einführung in die Kurven- und Flächentheorie. Zürich 1947.
- C F Baeschlin: Lehrbuch der Geodäsie. Zürich 1948.
- C H Deetz, O S Adams: Elements of map projection. Washington 1921.
- L Driencourt, J Laborde: Traité des projections des cartes géographiques. Quatrième fascicule. Paris 1932.
- J V Eriksson: Om kartprojektioner. Uppsala 1967.
- I Fisher: Basic Geodesy. Washington.
- L Krüger: Konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene. Potsdam 1912.
- J J Levallois: Géodésie générale. Tome 2. Paris 1960.
- I Peterson: Om kartprojektioner och de nya näten i plan och höjd. LMV 1976.
- L Pettersson: Kompendium i geometrisk geodesi. FOA. Stockholm 1960.
- E Raisz: Principles of Cartography. McGraw-Hill. New York.
- RAK meddelande nr A 33: De geodetiska riksnäten i Sverige.
- RAK meddelande nr B 15: De allmänna kartornas moderna serier.
- RAK meddelande nr B 18: Nya översiktskartor
- P Richardus, R K Adler: Map projections. Amsterdam 1972.
- P G Rosén: Om den vid svenska topografiska kartverket använda projectionsmetoden. Stockholm 1876.
- G A Rune: De vid rikets allmänna kartverk använda kartprojektionerna. Globen 1947 nr 5.
- E Tengström: Föreläsningar över kartprojektioner. Uppsala 1956.
- K Wagner: Kartographische Netzenwürfe. Mannheim 1962.
- RAK-handskrifter:
- G 1371: Formler och tabeller
- G 2913: Beräkning av generalstabens översiktskarta
- G 3799: System 1938

Tabellverk

K D P Rosén: Tabeller för Gauss' hannoverska projektion. RAK.  
Stockholm 1931.

RAK meddelande nr 3: Tabeller för x och y från  $\phi$  och  $\lambda$  enligt  
Gauss' hannoverska projektion.

RAK meddelande nr 12: Tabeller till Gauss' hannoverska pro-  
jektion

Army Map Service: Universal Transverse Mercator Grid Tables  
for Latitudes  $0^{\circ}$  -  $80^{\circ}$ . Vol I-III. Washington.

U S Air Force: World Aeronautical Charts. Projection Tables.  
Washington 1948.

Geodaetisk Institut: Geodetic tables. International ellipsoid.  
København 1956.

UGGI: Tables de l'Ellipsoïde de Référence internationale.  
Paris 1928.

UGGI: Geodetic reference system 1967.

Anm Illustrationerna på omslaget visar ett manshuvud i  
Mercators, stereografisk och ortografisk projektion.