

## GUM, en guide för att uttrycka mätosäkerhet

Clas-Göran Persson, [Clas-Goran.Persson@lm.se](mailto:Clas-Goran.Persson@lm.se)  
Verksam på Lantmäteriet och adjungerad professor i tillämpad geodesi på KTH.

**GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement)** är resultatet av ett gemensamt internationellt arbete mellan certifierings-, standardiserings- och forskningsorgan. Guiden anger hur mätosäkerhet bör uttryckas och den används inom många olika tillämpningsområden – dock inte (hittills) inom geodesin. Artikeln ger en beskrivning av GUM och föreslår att vi börjar tillämpa denna guide även inom det svenska mätningskollektivet.

### Bakgrund och syfte

Tillämpningen av matematisk statistik inom geodesi och mätteknik brukar benämnas *felteori*. Den behandlar sådant som noggrannhet, medelfel, felfortplantning etc. – inte sällan med en terminologi som är specifik för ämnesområdet. Hur har det kunnat bli så?

Bl.a. beror det på att Gauss – en av föregångarna inom statistiken – (bl.a.) var geodet. Minsta kvadratmetoden och Normalfördelningen ("Gauss-klockan") utvecklades delvis utifrån hans behov att beräkna triangelnätet över Hannover. Det skedde runt sekelskiftet 1700/1800, och mycket av terminologin lades fast då – med "teknikspråket" tyska som grund.

Inom många andra branscher uppkom behovet av att rikta upp terminologi, metoder och uttrycksätt inom mätningsområdet betydligt senare. Detta arbete kanaliserades via standardiserings- och certifieringsorganisationer, utifrån de krav som fanns inom t.ex. kemin och fysiken. Geodesin var inte representerat i detta arbete, som så småningom ledde fram till ett embryo till GUM år 1980 på initiativ av Internationella byrån för mått och vikt (BIPM).

Arbetet med guiden har sedan pågått i flera omgångar och under flera huvudmän. Nuvarande version "JCGM 100:2008" förvaltas av konsortiet "Joint Committee for Guides in Metrology" (JCGM), där bl.a. det internationella standardiseringsorganet ISO ingår. Den finns att tillgå gratis på BIPM:s hemsida på Internet.

Det geodesin nu har att ta ställning till är om vi ska fortsätta på vår kant eller om även vi ska anamma GUM som plattform. Inte minst som guiden redan i dag influerar svensk mätningsverksamhet. Sveriges Tekniska Forskningsinstitut har en ledamot med i GUM-arbetsgruppen och såväl Sjöfartsverket som Banverket deltar i internationella samverkansgrupper vars arbete baseras på GUM.

### GUM:s huvudbeståndsdelar

#### Grundfilosofi

Tidigare rörde diskussionen *mätfel* och *felanalys* i stället för *osäkerhet* och *osäkerhetsanalys*. När man pratar om fel innebär detta att man relaterar sina

mätningar till motsvarande sanna värden. Problemet är att man i princip aldrig kan hitta dessa.

Osäkerhetsbegreppet utgår endast från observerbara data (observabler, measurands). *Mätosäkerheten* är en parameter "som är förbunden med mätresultatet och som kännetecknar spridningen av värden som rimligen kan tillskrivas mätstorheten".

#### Mätning

En *mätstorhet* uttrycks i ett *mätetal* och en *enhet*. Vid *mätning* bestäms mätetalet och vi får ett *mätresultat*.

Sambandet mellan mätstorheten  $Y$  (*utstorheten*) och *instorheterna*  $X_1, X_2, \dots$  kan skrivas (se figuren)

$$Y = f(X_1, X_2, \dots)$$

Vid mätningen skattas denna funktion av

$$y = f(x_1, x_2, \dots)$$

där  $y, x_1, x_2, \dots$  är mätta eller beräknade storheter, i stället för de teoretiska som skrivs med versaler.

#### Typ A och Typ B

GUM skiljer på bestämning av mätosäkerhet enligt Typ A eller Typ B:

- **Typ A:** Mätosäkerheten bestäms utifrån mätresultatets variation (statistiska metoder, även mer komplicerade minsta kvadrat-utjämningar).
- **Typ B:** Alla andra sätt att bestämma mätosäkerheten; t.ex. resultat från andra mätningar eller värden tagna från handböcker, kalibreringsbevis etc.

Observera att klassificeringen avser sättet att bestämma mätosäkerheten – osäkerheterna som sådana har inte olika karaktär och ingen av typerna är "bättre" än den andra; det förekommer även blandningar av Typ A och Typ B.

#### Standardosäkerhet

*Standardosäkerhet* (alt. *standardmätosäkerhet* eller *standardiserad mätosäkerhet*) uttrycks vanligen m.h.a. *standardavvikelse*, grundmedelfel eller annat medelfel. Den anges med två signifikanta siffror.

Standardosäkerheten betecknas  $u(x)$ , där  $x$  är ett mätresultat eller en skattning utifrån flera mätningar; beteckningen  $u^2(x)$  används för dess kvadrat (*varians*).

*Exempel:* "Standardosäkerheten i en enskild mätning" eller "Standardosäkerheten för medelvärdet" (av ett antal mätningar).

Standardosäkerheten bestäms vanligen m.h.a. mätmaterial (Typ A), men detta är inget måste; Typ B kan också tillämpas.

#### Sammanlagd standardosäkerhet

Den *sammanslagda standardosäkerheten* är i princip en tillämpning av "medelfellets fortplantningslag" på funktionen

$$Y = f(X_1, X_2, \dots)$$

De *partiella derivatorna* i feltortplantningsformeln benämns *känslighetsfaktorer*

$$c_i = dY/dX_i$$

det ger

$$u_c^2(y) = c_1^2 u^2(x_1) + c_2^2 u^2(x_2) + \dots$$

där  $u_c(x)$  är beteckningen för den sammanlagda standardosäkerheten och  $c$  står för "combined". Den tenderar till att vara av Typ B, men kan vara av Typ A om alla storheter bestäms ur mätmaterial.

#### Utvidgad mätosäkerhet

I stället för standardosäkerhet (standardavvikelse-/medelfel) kan man tillämpa ett *konfidensintervall*, med en bestämd *konfidensnivå* nära 100%. Detta benämns *utvidgad mätosäkerhet*.

Den åstadkoms genom att standardosäkerheten multipliceras med en *täckningsfaktor*, betecknad  $k$ . Den utvidgade mätosäkerheten blir alltså

$$U(x) = k \cdot u_c(x) \text{ eller } U(x) = k \cdot u_c(x)$$

Man bör redovisa såväl standardosäkerheten och täckningsfaktorn som den resulterande utvidgade mätosäkerheten – och dessutom den bedömda konfidensnivån, i %.

Det kan ske i ord, men ibland redovisas konfidensnivån som index på  $U$  och  $k$ , t.ex.

$$U_{95}(x) = k_{95}(x) \cdot u_c(x)$$

Standard är  $k = 2$ , som vid "snälla" fördelningar ger den ungefärliga konfidensnivån 95%. Avvikelser bör särskilt redovisas, dvs.  $k \neq 2$  eller om  $k = 2$  ger en annan konfidensnivå än 95%.

Exempel på täckningsfaktorer kan vara:

$$k_{95} = 1,96 \text{ (normalfördelning)}$$

$$k_{95} = t_{95}(10) = 2,23 \text{ (t-fördelning, 10 frihetsgrader)}$$

#### Redovisningsexempel

Exempel på en komplett redovisning av mätosäkerhet:

"Positionerna  $p_i$  har bestämts m.h.a. Nätverks-RTK med en bedömd 2-dimensionell standardosäkerhet  $u(p_i) = 10$  mm. Erfarenhetsmässigt vet man att RTK-mätningar är approximativt normalfördelade och att en täckningsfaktor  $k = 2$  ger en konfidensnivå på minst 95 %. Den utvidgade standardosäkerheten för positionerna blir alltså  $U_{95} = k \cdot u(p_i) = 20$  mm."

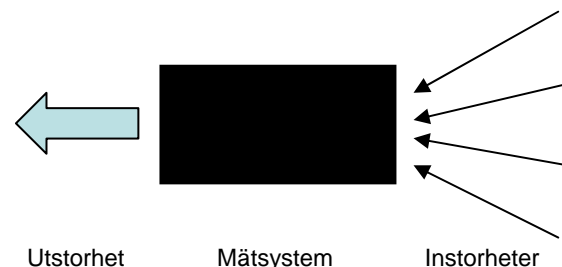
#### GUM i sammanfattning

- En *mätstorhet* uttrycks i ett *mätetal* och en *enhet*. Vid *mätning* bestäms mätetalet; den ger ett *mätresultat*.
- Det vi normalt benämner (mät)noggrannhet kallas *mätosäkerhet*.
- *Fel* är avvikelser från det "sanna" värdet – mätosäkerheten har mer karaktären av standardavvikelse, dvs. oskärpa i mätresultatet.

- *Standardosäkerhet* är i princip samma sak som "medelfel" ( $\sigma$ ).
- "Medelvärdets medelfel" kallas *standardosäkerheten för medelvärdet*.
- Multiplar av standardosäkerheten (medelfelet) kallas *täckningsfaktor*, t.ex 2:an och 3:an i "2 $\sigma$ " resp. "3 $\sigma$ ".
- Införande av täckningsfaktor => *utvidgad mätosäkerhet*
- *Konfidensnivån* är den (approximativa) täckningsgrad som täckningsfaktorn ger. Denna bör anges.

Det finns i standarden även en checklista för vad som bör inkluderas i en rapportering av mätresultatet och mätosäkerheten (definitionen av mätstorheten, hur man har förfarit i analysen, vilka ingångsdata man har använt etc.)

#### Enkel kokbok i mätosäkerhet



**Figur:** Ett mätsystem med en utstorhet som är en funktion av ett antal instorheter.

Exempel: Höjdskillnaden (utstorheten/mätstorheten) bestäms ur (instorheterna) instrumenthöjd, signalhöjd, avstånd och vertikalvinkel. I den "svarta lådan" finns formlerna som anger sambandet mellan in- och utstorheterna.

Utgående från figuren och exemplet kan vi sammanfatta GUM-förfarandet i följande enkla "kokbok":

1. Bestäm sambandet mellan utstorheten (mätstorheten) och alla instorheter som kan påverka den.
2. Skatta värden på alla instorheter.
3. Skatta värdet på instorheternas standardosäkerheter, antingen med statistisk analys av en mätserie (Typ A) eller på annat sätt (Typ B).
4. Beräkna värdet på utstorheten.
5. Bestäm känslighetsfaktorn som hör till varje instorhet.
6. Beräkna utstorhetens sammanlagda standardosäkerhet.
7. Ta fram en täckningsfaktor som svarar mot en vald konfidensnivå.
8. Beräkna den utvidgade mätosäkerheten.
9. Rapportera mätresultatet tillsammans med utvidgad mätosäkerhet.

## Fördelarna med GUM

Vilka är då konceptets fördelar?

- Det lägger fast en komplett och enhetlig terminologi – en terminologi som redan används i många av mätningsteknikens tillämpningsområden.
- Vi får därför ett mer standardiserat redovisningssätt än vi har i dag.
- Mätosäkerhet är ett mer logisk mått. När osäkerheten ökar så ökar även mätetalet (standardavvikelsen/medelfelet). För "noggrannhet" är det tvärtom: när noggrannheten ökar så minskar mätetalet/medelfelet och vice versa.
- Det betonar vikten av och anger metoder för att bestämma fördelningar och konfidensnivåer.
- Det är flexibelt (Typ A och Typ B), ger många exempel och betonar sunt förnuft.

## GUM vs. HMK

Frågan om GUM eller inte GUM har aktualiserats inom arbetet med "Nya HMK" (HMK = Handbok till Mätningstekniken). Hur skulle GUM passa in i ett HMK-sammanhang?

- HMK bygger i dessa delar rätt mycket på felgränser-/toleranser, dvs. noggrannhetskrav.
- Detta är inte GUMs inriktning. Den bygger mer på sättet att beräkna och redovisa erhållen noggrannhet (mätosäkerhet).
- Men med alla nya tillämpningar, av t.ex. GNSS/Nätverks-RTK, så kommer det att bli svårt att ställa krav som passar in i alla tillämpningar.
- GUM skulle då främst få karaktären av likriktare vad gäller beräkning och redovisning av mätosäkerhet, samt terminologin i sammanhanget.

Lantmäteriets roll – som huvudman för HMK – skulle framför allt vara:

- att bedriva metodstudier i syfte att redovisa olika metoders mätosäkerhet
- att ange hur kontrollmätning bör utföras och redovisas
- att svara för "försvenskningen" i arbetet med att vidareutveckla GUM
- att utbilda och informera om GUM/HMK.

## Framgångsfaktorer

Några faktorer som avgör hur vi kommer att lyckas med introduktionen av GUM bedöms vara:

- att vi använder "Nya HMK" som språngbräda för att få ut konceptet.
- timingen mellan vad högskolorna gör, vad Lantmäteriet gör och hur branschen förhåller sig till "det nya".

- att det finns svenskspråkiga beskrivningar samt utbildnings- och informationsmaterial
- att programvara som stödjer tillämpningen tas fram eller kan rekommenderas.

GUM är inget som bör avskräcka. Konceptet är snarare "nygammalt" än helt nytt.

## Slutord

Följande tänkvärda uttalande finns i GUM (författarens översättning).

*"Trots att denna Guide ger en ram för skattning av mätosäkerhet kan den inte ersätta kritiskt tänkande och professionell skicklighet. Denna skattning är varken ett rutinarbete eller en rent matematisk uppgift; den kräver ingående kunskap om såväl mätstorhetens egenskaper som mätningens natur. Kvalitén och nyttan i mätresultatets osäkerhetsangivelse beror till syvende och sist på förståelsen, den kritiska analysen och omdömet hos de som bidrar till att bestämma dess värde."*

Referensen nedan är en svenskspråkig bok om GUM. Den innehåller dels en teoribeskrivning, dels mängder med exempel och övningsuppgifter med lösningar. Den har använts som lärobok inom fysikutbildningen på Uppsala universitet.

I ett avslutande appendix finns en Svensk-Engelsk ordlista över de viktigaste GUM-termerna. Författaren kan även tillhandahålla ett fullständigt geodesi-exempel på tillämpningen av GUM – att t.ex. användas i högskoleundervisningen. För detta ändamål finns det också ett PowerPoint-bildspel som ganska väl ansluter sig till innehållet i denna artikel.

Låt oss gå över till GUM – inte bara inom geodesin utan för all kvalitetsmärkning av geodata!

## Referenser

*Lindskog J, 2006: Mätvärdesbehandling – och rapportering av mätresultat. Studentlitteratur.*

## Appendix: Svensk-Engelsk GUM-ordlista

konfidensnivå	level of confidence
känslighetsfaktor	sensitivity coefficient
lagen om fortplantning av mätosäkerhet	law of propagation of uncertainty of measurement
mätosäkerhet	uncertainty (of measurement)
mätstorhet	measurand
sammanlagd standardosäkerhet	combined standard uncertainty
sannolikhetsfördelning	probability distribution
standardavvikelse	standard deviation
standardosäkerhet	standard uncertainty
Typ A/B bestämning av mätosäkerhet	Type A/B evaluation (of uncertainty)
täckningsfaktor	coverage factor
täthetsfunktion	density function
utvidgad mätosäkerhet	expanded uncertainty